

# УСТОЙЧИВОЕ РАЗВИТИЕ

В. Р. Цибульский, О. В. Заруба

## МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА: ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Рассмотрены основные понятия и определения, связанные с моделями экономического пространства: состояние, показатели состояния, параметры, варианты подходов к разработке моделей. Приведены примеры моделей экономического пространства разных авторов. Статья носит методический характер и предназначена для аспирантов.*

Одним из основных понятий региональной экономики является экономическое пространство.

А. Г. Гранберс

Прежде чем дать определение экономического пространства, уточним, что речь идет не о пространственной структуризации и размещении производительных сил. В настоящее время модели пространства применяются в анализе развития самой экономики и ее процессов. Часто используются такие понятия, как «пространство затрат» (input space), «пространство товаров» (commodity space), «пространство производственных возможностей» (output space) и «пространство состояний» (state space) [3, 13, 22, 23]. Предпринимаются попытки использовать экономическое пространство для оценки сравнительно новых инвестиционных процессов [15]. Приведем определения пространства, например, в аналитической геометрии, теории устойчивости движения и термодинамике.

В экономике используется модель евклидова пространства. В политехническом словаре [18. С. 156] оно определяется как пространство, в том числе многомерное, в котором возможно ввести  $x_1, \dots, x_n$  так, что расстояние  $\rho(M', M'')$  между точками  $M'(x_1', \dots, x_n')$  и  $M''(x_1'', \dots, x_n'')$  может быть найдено по формуле

$$\rho(M', M'') = \sqrt{(x_1'' - x_1')^2 + \dots + (x_n'' - x_n')^2}.$$

Обозначается оно  $E_n$  ( $n$ -мерное), в нем заданы правила определения расстояния между точками пространства, т. е. метрика, длины вектора и пр. [4].

Особый интерес представляет пространство состояний, или фазовое пространство. Особенностью этого вида является возможность описания траектории движения экономической системы двумя фазовыми переменными, например  $x$  и  $y$ , причем  $dx/dt = f_1(x, y)$  и  $dy/dt = f_2(x, y)$ . Возможны варианты с многими фазовыми переменными, например при моделировании линейных многосвязных динамических систем Леонтьева [12]. Такие координаты (скорости) называют фазовыми, а траекторию в пространстве  $x, y$  — фазовой. В теории устойчивости удобно пользоваться фазовыми переменными:  $x$  — координата, скорость ее изменения  $y = dx/dt$ .

При постановке задачи и разработке моделей пространства и систем применяются такие элементы описания, как показатели, параметры, переменные состояния. Нередки случаи подмены одного другим или их отождествления. Рассмотрим эти понятия, опираясь на справочную информацию и фундаментальную литературу по экономике, математике, кибернетике и термодинамике.

Определим понятие «состояние» экономической и любой другой системы. В системном анализе это «состояние системы в некоторый момент времени: множество существенных свойств, которыми система обладает в этот момент» [24]<sup>1</sup>. В экономико-математическом словаре «состояние системы (state of system) — характеристика системы на данный момент ее функционирования» [13].

Приведем более строгое с нашей точки зрения определение *состояния системы*, данное С. Директором и Р. Рорером [9]: «Состояние системы в момент  $t_0$  есть такой набор сведений о поведении системы, которого вместе с некоторым возможным входным воздействием, заданным при  $t_0 \leq t \leq t_j$ , достаточно для *однозначного* определения выходного сигнала для  $t_0 \leq t \leq t_j$  при любом  $t_j \geq t_0$ ». В математике и кибернетике этот набор сведений описывается *переменными состояниями*. Обозначим их  $x(t)$ , возможные входные переменные —  $u(t)$  и выходные —  $y(t)$ . Тогда во многих случаях уравнения состояния описываются [9]:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), t), \\ y(t) &= g(x(t), u(t), t).\end{aligned}$$

Первое — уравнение состояния. Есть другие формулировки состояний системы. Например, у В. В. Качала [10]: «Множество возможных состояний системы  $y(y \in Y)$  рассматривают как пространство состояний (или фазовое пространство) системы, а координаты этого пространства называют фазовыми координатами». Если вместо «(или фазовое пространство)» написать: «(например, фазовое пространство)», то из этого определения понятно, что состояние системы определяется фазовыми координатами (переменными).

Обратимся к термодинамике, так как, например, «физическая экономика», занимающаяся моделированием экономических систем и пространств, базируется на термодинамических законах и методах [5].

И. Пригожин и П. Кондепуди дают такое определение состояния системы [21]: «В термодинамике состояние системы принято описывать в терминах макроскопических переменных состояния, таких как объем  $V$ , давление  $P$ , температура  $T$ , число молей химических компонентов  $N_k$ ... Энергия и энтропия являются функциями переменных состояния... В термодинамике переменные удобно разделить на два вида. Такие переменные, как объем или число молей, пропорциональные размерам системы, называются экстенсивными переменными. Такие переменные, как температура и давление, которые описывают локальное свойство, не зависящее от размера системы, называются интенсивными переменными». Кроме того, здесь же: «экстенсивные переменные, такие как полная внутренняя энергия  $U$  или энтропия  $S$ », могут определяться и интенсивными, и экстенсивными переменными [21. С. 19].

---

<sup>1</sup> Здесь и далее делаются ссылки только на учебные пособия, рекомендованные аспирантам.

Из определений В. В. Качала, И. Пригожина и П. Кондепуди видно, что в теории систем и термодинамике при описании моделей систем не применяются понятия «показатель» и «параметр».

В математике понятие «параметр» вполне определенное, в переводе с греческого означает «отмеривающий, соразмеряющий» [18]. При разработке моделей «параметры» «обычно входят в коэффициенты уравнений, они могут быть постоянными или переменными (зависящими от времени или координат)». Вполне естественно, что это понятие чаще используется при создании пространственных и физических моделей с привлечением аналитической геометрии. При разработке феноменологических моделей, основанных на термодинамических законах, оно применяется реже.

Понятие «показатель» (factor, index) в толковом словаре по информатике В. И. Першикова и В. М. Савинкова определено как количественная «характеристика одного или нескольких свойств изделий, рассматриваемая при заданных параметрах. Различают частный, комплексный и базовый показатели» [16]. Необходимо отметить, что в определении различаются понятия «показатель» и «параметр».

В экономико-математическом словаре Л. Лопатникова [13. С. 498] состояние системы (state of system) — «характеристика системы на данный момент ее функционирования. Поскольку система описывается комплексом существенных переменных и параметров, для того, чтобы выразить состояние системы, нужно определить значения, принимаемые ими в рассматриваемый момент...». Здесь же параметр модели определяется как «относительно постоянный показатель, характеризующий моделируемую систему (элемент системы) или процесс...». Термин «экономические параметры» употребляется и в более конкретном смысле, как обозначение измеримых величин, которые характеризуют структуру народного хозяйства, его состояние, уровень экономического развития и сам процесс развития» [13. С. 380].

Показатель (economic index figure, activity indicator), по Л. Лопатникову, — «выраженная числом характеристика какого-либо свойства экономического объекта, процесса или решения... По экономическому содержанию показатели могут быть натуральные, стоимостные (денежные), трудовые» [13. С. 396]. Такое же определение показателя дает «Большая экономическая энциклопедия» [6].

Подводя итог, можно сказать, что в указанных источниках параметр характеризует структуру, а показатель — свойства экономического объекта. Смена состояний экономической системы определяется изменениями переменных и параметрами. Последние могут быть неизменными или медленно меняющимися по сравнению с основным процессом. Причем, по определению Л. Лопатникова, конечное состояние системы может рассматриваться как цель принимаемого решения.

В экономике чаще всего целью является некоторое численное значение какого-либо показателя или группы показателей. Отсюда следует, что показатель — это некоторая выходная величина модели (системы) и его численное значение может говорить о достижении цели.

Исходя из определений И. Пригожина и П. Кондепуди при разработке моделей следует учитывать, что показатель эффективности, качества системы должен быть интенсивным; показатель производственной продукции, результата процесса — экстенсивным.

Таким образом, можно рекомендовать при разработке моделей экономических объектов состояние объекта оценивать интенсивной переменной, выходные показатели — экстенсивной; параметрами называть коэффициенты и

величины, определяющие структуру как модели, так и объекта; показателями считать переменные состояния и выхода, отражающие целевые устремления или эффективность управления объектом.

Рассмотрим примеры моделей экономического пространства, разработанных различными авторами.

В одной из работ К. В. Садченко [23] предлагается экономическое пространство формализовать по Ландау и Лившицу (2001) в виде фазового пространства, которое задается обобщенными координатами и импульсами. В экономике в качестве обобщенной координаты автор предлагает использовать доход. Доход может определяться рядом параметров, поэтому такое пространство называется параметрическим ES и обозначается как  $(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, t)$ . Функцией состояния такой экономической системы считается энтропия, причем двойственного вида, т. е. структурная и импульсная. В такой постановке экономическое пространство представляется как часть единого пространства, построенного по тем же правилам формализации: дуализм энтропии, принцип максимума энтропии как закон эволюции, нелинейность процессов развития и пр. Однако здесь следует заметить, что принцип максимума энтропии относится только к равновесным системам.

В. В. Альсевич [3] при построении пространства товаров (commodity space, consumption space) использует модель  $m$ -мерного евклидова пространства, каждая точка которого  $x = (x_1 \dots x_m)$  — набор закупаемых потребителем товаров. И поскольку при  $x_i > 0$  товар закупается, при  $x_i = 0$  — нет, то пространство будет представлять неотрицательный ортант  $m$ -мерного евклидова пространства:

$$R_+^m = \{x = (x_1 \dots x_m); x_i \geq 0, i = \overline{1, m}\}$$

Фазовое пространство используется при разработке хаотических моделей в нелинейной экономической динамике, например при моделировании рынка капитала [5, 17, 20]. Основным показателем состояния систем является стоимость капитала. Для неравновесных систем это функция  $C(S(\xi_e, \xi_i), W, t)$ , где  $\xi_e$  и  $\xi_i$  — внутренние и внешние параметры неравновесия;  $S$  — некоторая вспомогательная функция, олицетворяющая обращение денег;  $W$  — объем основных фондов;  $t$  — время.

У В. П. Милованова [14] при разработке моделей неравновесных экономических систем в качестве показателей фазового пространства  $x(t)$  и  $y(t)$  применяются валовой продукт и трудовой ресурс соответственно.

Феноменологическая модель экономического пространства чаще всего используется, если нет необходимости привязки к территории и ее координатам. Например, у Ю. С. Попкова [19] некоторая макросистема представляется как множество  $Y$  элементов со стохастическим поведением. Причем «...каждый элемент может иметь состояние из  $p$  классов  $K_1, \dots, K_p$ . Классификация состояний устроена так, что классы  $K_1, \dots, K_p$  не пересекаются. Обозначим  $\sigma^1, \dots, \sigma^p$  — множества состояний, где  $\sigma^i \in K_i (i \in \overline{1, p})$ . Будем далее предполагать, что множества  $\sigma^i$  — дискретные и содержат конечное число элементов. Сами состояния как элементы множеств  $\sigma^1, \dots, \sigma^p$  могут быть следующих трех типов: а) ферми-состояния (в каждом состоянии может нахо-

даться только один элемент); б) эйнштейн-состояния (в каждом состоянии может находиться любое количество элементов); больцман-состояния (среднее количество элементов в множествах  $\sigma^1, \dots, \sigma^p$  существенно меньше их емкости».

После того как мы рассмотрели основные понятия, дадим некоторые рекомендации по разработке математических моделей в пространстве состояний. Ограничимся наиболее распространенным случаем определения уравнения, описывающего состояние системы по заданным или известным входным и выходным переменным. Выбор вида уравнения чаще всего обусловлен каким-либо фундаментальным физическим или экономическим законом. Например, многие экономические модели баланса базируются на законе сохранения энергии или вещества, демографические или миграционные модели — на законе притяжения и т. д. В этом случае для их разработки можно рекомендовать следующее:

	Потенциал (силы)	Потоки
Функции времени	Разность экономических потенциалов: занятость, уровень жизни, инвестиционная привлекательность...	Потоки рабочей силы, товаров, инвестиций...
Функции времени и координат пространства	Градиенты: занятости, уровня жизни, инвестиционной привлекательности	Векторы плотности потоков рабочей силы, товаров, инвестиций...

Учитывая данные выше определения, следует обратить внимание на то, что потенциалы (силы) должны быть интенсивными переменными, а потоки — экстенсивными.

В заключение еще раз подчеркнем, что для экономических моделей, связанных с координатами, удобнее использовать евклидово пространство, без привязки к территории удобнее применять фазовое пространство.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Абрамов А. Л., Величко А. С., Давыдов Д. В., Достовалов В. Н.* Моделирование экономического пространства и стратегическое развитие территорий // Науч. доклады: независимый экономический анализ. Вып. 171: Стратегическое планирование на Дальнем Востоке: ответы на глобальные и локальные вызовы / Московский общественный науч. фонд. — М., 2006. — С. 75–103.
2. *Акофф Р., Эмери Ф.* О целеустремленных системах. — М.: Сов. радио, 1974. — 272 с.
3. *Альсевич В. В.* Введение в математическую экономику: конструктивная теория. — М.: Едиториал УРСС, 2005. — 256 с.
4. *Барбаумов В. Е., Ермаков В. И. и др.* Справочник по математике для экономистов. — М.: ИНФРА-М, 2007. — 464 с.
5. *Белоцерковский О. М., Быстрой Г. П., Цибульский В. Р.* Экономическая синергетика: вопросы устойчивости. — Новосибирск: Наука, 2006. — 116 с.
6. *Большая экономическая энциклопедия.* — М.: ЭКСМО, 2007. — 816 с.
7. *Большой экономический словарь / Под ред. А. Н. Азрилияна.* — М.: Ин-т новой экономики, 2008. — 1472 с.
8. *Гранберг А. Г.* Основы региональной экономики. — М.: Издат. дом ГУ ВШЭ, 2004. — 495 с.
9. *Директор С., Порер Р.* Введение в теорию систем. — М.: Мир, 1974. — 464 с.

10. Качала В. В. Основы теории систем и системного анализа. — М.: Изд-во «Горячая линия-Телеком», 2007. — 216 с.
11. Кобелев Н. Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем. — М.: Дело, 2003. — 336 с.
12. Колемаев В. А. Экономико-математическое моделирование. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 295 с.
13. Лопатников А. И. Экономико-математический словарь: словарь современной экон. науки. — М.: Изд-во «АВФ», 1996. — 704 с.
14. Милованов В. П. Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация. — М.: Эдиториал УРСС, 2001. — 264 с.
15. Околелова Э. Ю. Оценка инвестиционного процесса как нелинейной динамической системы. — Режим доступа: [http://www.volsu.ru/s\\_conf/tez\\_html/024.htm](http://www.volsu.ru/s_conf/tez_html/024.htm), свободный.
16. Першиков В. И., Савинков В. М. Толковый словарь по информатике. — М.: Финансы и статистика, 1991. — 543 с.
17. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала: новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. — М.: Мир, 2000. — 333 с.
18. Политехнический словарь. — М.: Сов. энциклопедия, 1977. — 608 с.
19. Попков Ю. С. Теория макросистем: (Равновесные модели). — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 320 с.
20. Пратт Ш. Стоимость капитала: расчет и применение. — М.: Квинто-Консалтинг, 2006. — 454 с.
21. Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика: от тепловых двигателей до диссипативных структур. — М.: Мир, 2002. — 461 с. (Лучший зарубежный учебник).
22. Пространственный аспект стратегии социально-экономического развития региона / Под ред. А. С. Новоселова. — Новосибирск: ИЭОПП СО РАН, 2006. — 408 с.
23. Садченко К. В. Законы экономической эволюции. — М.: Дело и Сервис, 2007. — 272 с.
24. Теория систем и системный анализ в управлении организациями: Справочник: Учеб. пособие / Под ред. В. Н. Волковой и А. А. Емельянова. — М.: Финансы и статистика, 2006. — 848 с.
25. Термодинамика: основные понятия. Терминология. Буквенные обозначения величин. — М.: Наука, 1984. — Вып. 103. — 40 с.
26. Хикс Дж. Р. Стоимость и капитал. — М.: Прогресс, 1993. — 488 с.
27. Шелобаев С. И. Экономико-математические методы и модели. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 287 с.

V. R. Tsibulsky, O. V. Zaruba

*MODELS OF ECONOMIC SPACE: BASIC NOTIONS AND DEFINITIONS*

*The paper quotes basic notions and definitions associated with models of economic space: state, state indices, parameters, different approaches to development of the models. Subject to instancing being models of economic space by different authors. The article is of methodological character, meant for postgraduates.*