

П. В. Остаточников

## АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ ГИДРОСТАТИКОЙ НЕФТЕНОСНОГО КОЛЛЕКТОРА ПО КРИТЕРИЮ МИНИМИЗАЦИИ МЕЖЗОННЫХ ПЕРЕТОКОВ

Приведена модель гидростатики нефтеносного коллектора, на основе которой с учетом сформулированных задач предложен вариант управления добычей посредством изменения объемных расходов по отборам без значительного влияния на плановую производительность.

Известно [1], что нефтепромысловая механика пластовых систем основана на построении математических уравнений двух видов:

— *первичной* модели — гидродинамики пласта (МГД), которая устанавливает зависимость между давлениями и токами жидкости в фильтруемых средах. Данная модель является «транспортной» основой;

— *вторичной* модели — вытеснения или замещения нефти вытесняющим агентом, обычно водой. Такие соотношения именуются моделями нефтенасыщенности (МНН) [4].

Как правило, представляет интерес динамика выработки, которая управляется гидродинамикой токов.

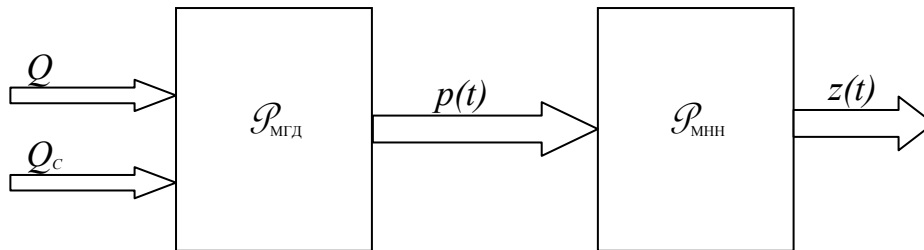


Рис. 1. Структурная схема взаимосвязей моделей

Поэтому МНН может рассматриваться как объект управления —  $\mathcal{P}_{\text{МНН}}$ , а МГД как исполнительное звено —  $\mathcal{P}_{\text{МГД}}$  (рис. 1). В условиях уже сформированных эксплуатационных объектов и заданной структуры формирования сетки скважин единственным достаточно эффективным и доступным способом управления пластом является управление режимами объемных расходов по отборам  $\mathbf{Q} = \text{col}[Q_1, \dots]$  и нагнетаниям  $\mathbf{Q}_c = \text{col}[Q_{1,2}, \dots, Q_{i,j}, \dots]$ .

Конечная цель управления — повышение коэффициента нефтеотдачи. Очевидно, что управление нефтенасыщенностью коллектора невозможно без понимания происходящих в нем процессов фильтрации, на которых остановимся более подробно.

Рассмотрим схему гидротокков в установившемся режиме для плоского горизонтального пласта с площадной схемой заводнения (рис. 1) в условиях жесткого водонапорного режима.

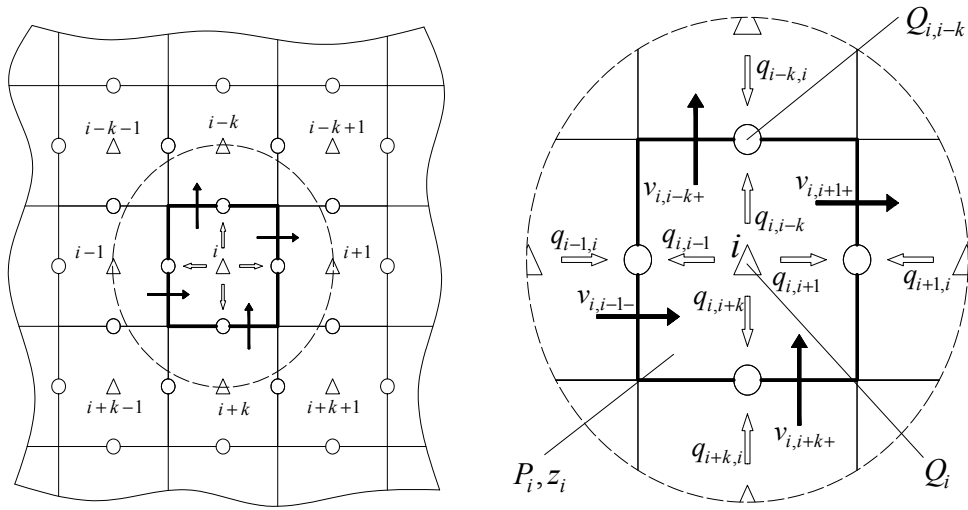


Рис. 2. Структура пласта

Каждая  $i$ -я зона характеризуется осредненными переменными состояния:  $p_i$  — давлением,  $z_i$  — нефтенасыщенностью; регулируемые входы по нагнетанию —  $Q_i$  и отборами —  $Q_{i,j}$ ,  $j \in J(i)$ , где, согласно рис. 2, индексное множество зон окаймления с погранично сопряженными эксплуатационными  $i, j$ -скважинами имеет описание:  $J(i) = \{ i-k, i+1, i+k, i-1 \}$ . Кинетика массообменных процессов показана стрелками:  $q_{i,j}$  — объемный приток флюида из  $i$ -й зоны в призабойную зону пласта (ПЗП)  $i, j$ -скважины,  $v_{i,j}$  — объемный переток из  $i$ -й зоны в  $j$ -ю (значения для  $q_{i,j+}$  и  $q_{i,j-}$  определяются аналогично). Пренебрегая упругими свойствами флюида и вмещающих пород, объемный баланс для жидкой фазы  $i$ -й зоны запишем следующим образом:

$$\sum_j (q_{i,j} + v_{i,j}) = Q_i, \quad j \in J(i). \quad (1)$$

Согласно линейной теории фильтрации Дарси [2], гидротокки пропорциональны перепадам давлений:

$$q_{i,j} = w_{i,j}(p_i - p_{i,j}), \quad q_{j,i} = w_{j,i}(p_j - p_{i,j}), \quad v_{i,j} = v_{i,j}(p_i - p_j). \quad (2)$$

Здесь  $w_{i,j} \neq w_{j,i}$ ,  $v_{i,j} = v_{j,i}$  — параметры гидропроводности, определяемые геометрическими размерами зон сопряжения, реологическими и фильтрационными характеристиками флюида и вмещающих пород (например:  $v \approx \left( \frac{k}{\mu} \right) \cdot H$ , где  $k$  — проницаемость коллектора,  $\mu$  — вязкость флюида,  $H$  —

мощность пласта) [2]. Причем  $q_{i,j} \neq q_{j,i}$ , а  $v_{i,j} = -v_{j,i}$ . Объемный отбор жидкости из  $i, j$ -скважины определяется равенством:

$$Q_{i,j} = Q_{j,i} = q_{i,j} + q_{j,i} = w_{i,j}p_i + w_{j,i}p_j - (w_{i,j} + w_{j,i})p_{i,j}.$$

Отсюда

$$p_{i,j} = \beta_{i,j}p_i + \beta_{j,i}p_j - \frac{1}{w_{i,j} + w_{j,i}} \cdot Q_{i,j}, \quad \beta_{i,j} = \frac{w_{i,j}}{w_{i,j} + w_{j,i}}, \quad \beta_{j,i} = 1 - \beta_{i,j},$$

и после подстановки в (2) получаем:

$$q_{i,j} = w_{i,j} \left( p_i - \beta_{i,j}p_i - \beta_{j,i}p_j + \frac{1}{w_{i,j} + w_{j,i}} \cdot Q_{i,j} \right),$$

или

$$q_{i,j} = a_{i,j}(p_i - p_j) + \beta_{i,j}Q_{i,j}, \quad a_{i,j} = a_{j,i} = \frac{w_{i,j}w_{j,i}}{w_{i,j} + w_{j,i}}. \quad (3)$$

Подставив (3) в балансовое выражение (1), с учетом (2), получаем систему уравнений искомой гидростатической модели коллектора:

$$\sum_{j \in J(i)} \alpha_{i,j}(p_i - p_j) = Q_i - \sum_{j \in J(i)} \beta_{i,j}Q_{i,j}, \quad \alpha_{i,j} = \alpha_{j,i} = a_{i,j} + v_{i,j}. \quad (4)$$

Согласно [3], уравнение баланса по нефти для  $i$ -й зоны с учетом знаков в направлении токов имеет вид

$$V_i \cdot \dot{z}_i(t) = -Q_i \cdot z_i(t) + \sum_{j \in J(i)} (q_{i,j-} + v_{i,j-}) \cdot (z_i(t) - z_j(t)). \quad (5)$$

Среди факторов, влияющих на нефтеотдачу коллектора, можно выделить межзонные перетоки и условия равностепенности выработки [3].

Минимизация перетоков напрямую связана с минимизацией потерь в нефтедобыче. Согласно (2) межзонные взаимовлияния участков исчезают при выравнивании среднезональных давлений в смежных зонах, отсюда критерий режима выработки примет вид

$$J_1 : p_i \approx p_j, \quad \forall i, j. \quad (6)$$

При выполнении  $J_1$  достигаются равенства  $q_{i,j-} \cong 0$ ,  $v_{i,j} \cong 0$ , и, в силу (5), для каждого  $i$ -го участка имеем несвязанные по динамике модели зональных замещений:

$$V_i \dot{z}_i(t) = -Q_i z_i(t). \quad (7)$$

В условиях равностепенной выработки исключен процесс разбавления обогащенных смесей одной зоны «бедными» смесями другой, что может описать критерий

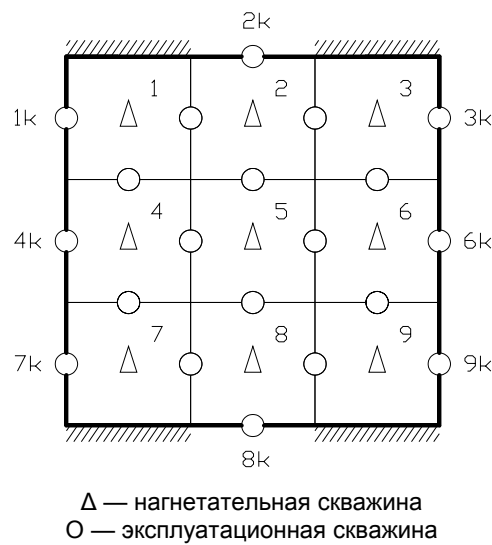
$$J_2 : z_i(t) \approx z_j(t) \quad \forall i, j. \quad (8)$$

Необходимые условия равностепенности выработки пласта  $J_2$  в предположениях (6) и (7) обеспечиваются законами нагнетания вида  $Q_i = \lambda V_i$ , где

$\lambda = \lambda_3 \forall i$ . Получается, что объемные расходы нагнетательных скважин уже заданы для реализации равностепенной выработки ( $J_2$ ), они жестко связаны с объемами извлекаемых запасов нефти в зонах.

Достаточные условия равностепенности выработки связаны с обеспечением равенств (8) для момента времени начала эксплуатации. В противном случае к условиям (6), (7) необходимы дополнительные управляющие воздействия, активно компенсирующие имеющиеся начальные рассогласования  $z_i(0) - z_j(0)$ .

Рассмотрим пример разработки пласта с 9 основными зонами (9 нагнетательных скважин) и 8 крайвыми (рис. 3).



**Рис. 3.** Зонально-площадная схема коллектора

Как было отмечено, условие (8) достигается за счет фиксированных объемных расходов по нагнетанию, значит, величины  $Q_i$  уже нельзя использовать как изменяемые параметры для достижения (7), следовательно, функцию управляющих воздействий могут нести только объемные расходы эксплуатационных скважин.

Представим уравнение модели (4) в векторно-матричном виде:

$$A\mathbf{p} = A_k \mathbf{p}_k + \mathbf{Q} - B\mathbf{Q}_C, \quad (9)$$

где  $\mathbf{p} = [p_1 \dots p_n]^T$  — среднезональные давления,  $\mathbf{p}_k = [pk_1 \dots pk_l]^T$  — среднезональные давления в крайвых зонах,  $\mathbf{Q} = [Q_1 \dots Q_n]^T$  — объемные расходы в нагнетательных скважинах,  $\mathbf{Q}_C = [Q_{1,2} \ Q_{2,3} \dots Q_{i,j} \dots]^T$  — объемные расходы в эксплуатационных скважинах,  $n$  — количество зон,  $m = \dim \mathbf{Q}_C$  — количество эксплуатационных скважин (как правило,  $m > n$ ),  $l$  — количество крайвых зон.

Для незамкнутого резервуара строгое выравнивание давлений (6) может быть недостижимым, если краевые условия по давлениям неодинаковы. Однако задача минимизации разбалансировки давлений  $p_i - p_j$  при заданных  $Q_i$  остается вполне корректной. В соответствии с рис. 2 и (9) критерий разбалансировки можно задать следующим образом:

$$J \equiv \sum_{i=1}^9 [\gamma(p_i - p_j)^2 + (p_i - pk_i)^2] \rightarrow \min_{p_i}, \gamma > 0. \quad (10)$$

Необходимые условия минимума  $\frac{\partial J}{\partial p_i} = 0$  приводят к системе уравнений относительно искомым значений  $p_i$ :

$$\Gamma \cdot p = p_k. \quad (11)$$

где

$$\Gamma = \gamma \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \\ p_7 \\ p_8 \\ p_9 \end{pmatrix}, p_k = \begin{pmatrix} p_{k1} \\ p_{k2} \\ p_{k3} \\ p_{k4} \\ 0 \\ p_{k6} \\ p_{k7} \\ p_{k8} \\ p_{k9} \end{pmatrix}.$$

Увеличение  $\gamma$  уравнивает межзонные давления  $p_i - p_0 \rightarrow 0$  до уровня  $p_0$ , который, согласно (10), вычисляется как среднее арифметическое давлений во всех краевых зонах:  $p_0 = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 pk_i$ .

Подставив результат (11) с  $p_i = p_0$  в систему (9), получим

$$Ap_0 = A_k p_k + Q - BQ_C - y, \quad (12)$$

где  $p = [p_0 \dots p_0]^T$ ,  $y$  — вектор невязки, получающийся вследствие изменения зональных давлений, так как  $\alpha_{i,j} = \alpha_{j,i}$ , то

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & -\alpha_{12} & \dots & \dots & \dots \\ -\alpha_{12} & \alpha_{22} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \alpha_{88} & -\alpha_{89} \\ \dots & \dots & \dots & -\alpha_{89} & \alpha_{99} \end{pmatrix}.$$

Полученная система уравнений совместна и имеет множество допустимых  $Q_{i,j} > 0$  решений. Неоднозначность решений связана с избыточностью

системы (уравнений 9, а неизвестных 20). Возникает вопрос, как выгодно воспользоваться имеющимися свободами выбора.

Актуальной задачей в процессе добычи нефти, наряду с достижением максимального коэффициента нефтеотдачи и минимизацией эксплуатационных затрат, является обеспечение плановой производительности [2]. Вышеописанные подходы (условия (6) и (8)) к оптимизации выработки в явном виде направлены лишь на повышение коэффициента нефтеотдачи. Оставшимися свободами при решении системы (12) можно воспользоваться для обеспечения плановой производительности.

Введем понятие эталонных плановых отборов для каждой скважины  $\mathbf{Q}_C^{\text{э}} = [Q_{C1,2}^{\text{э}} \ Q_{C2,3}^{\text{э}} \ \dots \ Q_{Ci,j}^{\text{э}} \ \dots]^T$  и добавим их в критерий следующим образом:

$$J = \|\sigma\|^2 + \lambda \|\mathbf{Q}_C - \mathbf{Q}_C^{\text{э}}\|^2, \quad (13)$$

где  $\sigma = A\mathbf{p}_0 - A_k \mathbf{p}_k - \mathbf{Q} + B\mathbf{Q}_C$ , а  $\lambda$  — весовой коэффициент.

В развернутом виде (13) будет иметь вид:

$$J = (A\mathbf{p}_0 - A_k \mathbf{p}_k - \mathbf{Q} + B\mathbf{Q}_C)^T \cdot (A\mathbf{p}_0 - A_k \mathbf{p}_k - \mathbf{Q} + B\mathbf{Q}_C) + \lambda (\mathbf{Q}_C - \mathbf{Q}_C^{\text{э}})^T \cdot (\mathbf{Q}_C - \mathbf{Q}_C^{\text{э}})$$

Минимум критерия (13) будет достигаться при  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_0} = 0$  и  $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{Q}_C} = 0$ , где

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{p}_0} = 2A^T (\mathbf{p}_0 A + B\mathbf{Q}_C - A_k \mathbf{p}_k - \mathbf{Q});$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{Q}_C} = 2B^T (\mathbf{p}_0 A + B\mathbf{Q}_C - A_k \mathbf{p}_k - \mathbf{Q}) + 2\lambda \mathbf{Q}_C - 2\lambda \mathbf{Q}_C^{\text{э}}$$

В результате искомые выражения могут быть записаны в векторно-матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}^T \mathbf{a} & \mathbf{a}^T B \\ B^T \mathbf{a} & B^T B + \lambda \cdot \mathbf{1}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{Q}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}^T (A_k \mathbf{p}_k + \mathbf{Q}) \\ B^T (A_k \mathbf{p}_k + \mathbf{Q}) + \lambda \mathbf{Q}_C^{\text{э}} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Проверка сделанных выводов осуществлялась посредством вычислительного анализа распределения давлений и токов флюида при различных значениях  $\lambda$ .

Все исходные данные для моделирования сведены в табл. 1, 2. Расходы нагнетательных скважин  $Q_i$  в силу критерия ( $J_2$ ) назначаются пропорционально объемам зон и из-за неоднородности коллектора индивидуальны для каждой зоны. Эталонные расходы в эксплуатационных скважинах назначены произвольно (они учитывают параметры самих скважин и цели эксплуатирующей стороны). В эксперименте коэффициент  $\beta_{i,j} = 0,5, \forall i, j$ .

Таблица 1

**Параметры коллектора и режим по нагнетанию**

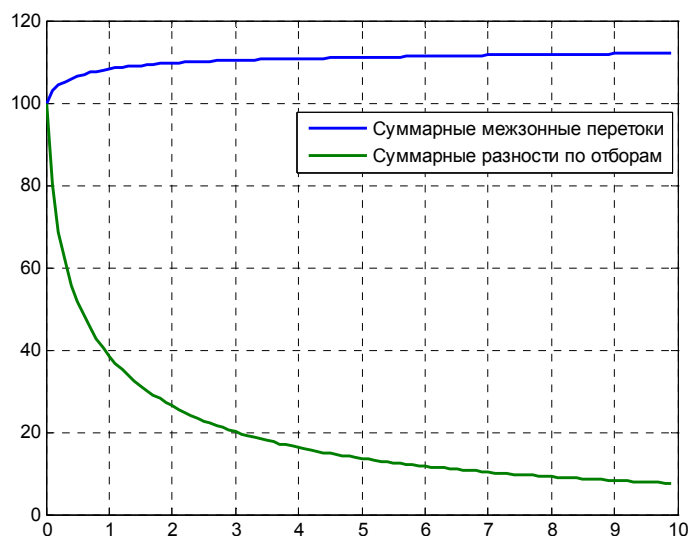
№	$P_{ik}$	$Q_i$
1	19	100
2	19	98,9
3	19,4	97,8
4	19,4	98,9
5	0	97,8
6	20,4	96,7
7	20,4	97,8
8	20,8	96,7
9	20,8	95,6

Таблица 2

**Параметры модели гидростатики  
и расходы по отборам**

$i, j$	$\alpha_{i,j}$	$Q_{i,j}$ , м <sup>3</sup> /сут
1k	37,5	175
1,2	38,3	169
1,4	38,3	170
2k	37,0	168
2,3	39,3	168
2,5	39,3	142
3k	37,1	174
3,6	40,3	170
4k	37,0	169
4,5	39,3	143
4,7	39,3	172
5,6	40,3	145
5,8	40,3	146
6k	35,7	168
6,9	35,7	172
7k	36,5	175
7,8	40,3	175
8k	35,7	167
8,9	35,7	173
9k	35,5	174

Моделирование проводилось при варьировании коэффициента  $\lambda$  в диапазоне {0,1, ..., 10} (рис. 4).



**Рис. 4.** Результаты моделирования

Анализ осуществлялся по суммарному объему межзонных перетоков и сумме рассогласований по отборам между эталонным значением и фактическим. Из графика видно, что при значительном уменьшении рассогласований по отборам (порядка 92 %) общее количество межзонных перетоков изменяется в значительно меньшей мере (менее 12 %). Это дает основания полагать, что при назначении объемов по расходам в определенных пределах имеются некоторые свободы, которыми можно пользоваться без значимого урона для оптимальной выработки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. — М.; Ижевск: ИКИ, 2003. — 128 с.
2. Крылов А. П., Глаговский М. Н., Мирчинк М. Ф. и др. Научные основы разработки нефтяных месторождений. — М.; Ижевск: ИКН, 2004. — 424 с.
3. Соловьев И. Г. Управление разработкой нефтяного коллектора с учетом факторов нефтеотдачи // Изв. вузов. Нефть и газ. — Тюмень, 2006. — № 6. — С. 45–50.
4. Соловьев И. Г., Остаточников П. В. Учет динамических факторов нефтеотдачи в моделях выработки локальных участков коллекторов // Изв. вузов. Нефть и газ. — Тюмень, 2008 (В печати).

*P. V. Ostatochnikov*

#### EXAMINATION AND HYDROSTATIC CONTROL OVER OIL RESERVOIR THROUGH MINIMIZATION OF TRANSZONAL TRANSFERS

*The article quotes a hydrostatic model of oil reservoir. Basing on that, with allowance for the stated goals, the author suggests an alternative of oil production control by changing volumetric flow rates with regard to withdrawal, without considerable influence on rated capacity.*