

Р. Дж. Рэй, У. Б. Кранц, Т. Н. Кейн, Р. Д. Ганн

МОДЕЛЬ СОРТИРОВАННЫХ ПРАВИЛЬНЫМИ (РЕГУЛЯРНЫМИ) ФИГУРАМИ ГРУНТОВ^{*)}

Перевод с английского

К сортированному структурному грунту относятся полигоны, сетки или полосы, очерчиваемые кромками пород и являющиеся результатом сортировки грунта, подверженного действию низких температур. В данной работе представлена модель, в которой конвективные ячейки, активизируемые действием неустойчивого плотностного расслоения в жидкой фазе, приводят в период таяния к неравномерному плавлению фронта низезалегающего льда. Образующийся фронт волнообразного льда, характеризующийся симметричным расположением возвышенностей и впадин, обеспечивает структуру, которая дает закономерность, наблюдаемую для определенных типов структурного грунта. Кроме того, данная модель прогнозирует соотношение ширины и глубины сортировки как для полигонов, так и для полос, а также объясняет характерную шестиугольную форму сортированных полигонов, переход от сортированных полигонов к сортированным полосам в местности с выраженным рельефом, а также образование сортированных полигонов под водой. Прогнозируемое отношение между шириной и глубиной сортировки, составляющее 3,81 для сортированных полигонов, сравнивается с таковым, составляющим 3,57, выявленным с помощью линейного регрессионного анализа по данным 18 полевых исследований.

Более ста лет правильные формы структурированных грунтов вызывают интерес у ученых. Было выдвинуто много гипотез о происхождении этих красивых симметричных структур, но ни одна из них не оказалась удовлетворительной. Сортировка грунтов все еще остается непонятной. В частности, неизвестны причины симметрии и регулярности. Структурированные грунты, такие как на рис. 1 и 2, можно встретить высоко в горах или в высоких широтах за лесной линией. На одной площадке полигональные структуры могут тянуться на несколько квадратных километров, поражая своей регулярностью [Richmond, 1949].

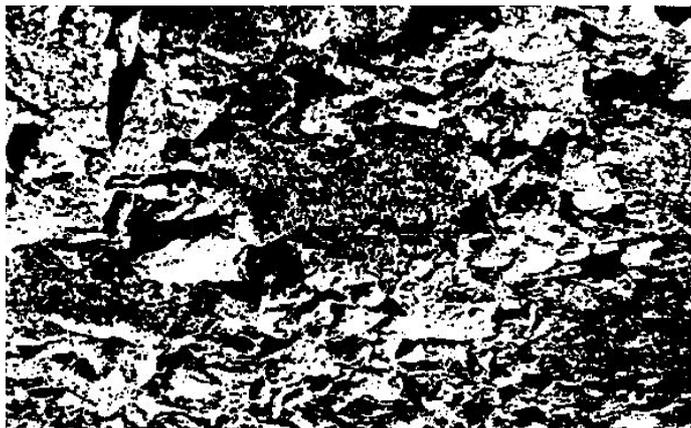


Рис. 1. Реликтовый сортированный полигон, Проход Арапахо. Передовой хребет Колорадо. Полигон — приблизительно 3 м в поперечнике

^{*)} Ray R. J., Krantz W. B., Caine T. N., and Gunn R. D. A model for sorted patterned-ground regularity // Journ. of Glaciology. — 1983. — Vol. 29, No. 102. — P. 317–337.

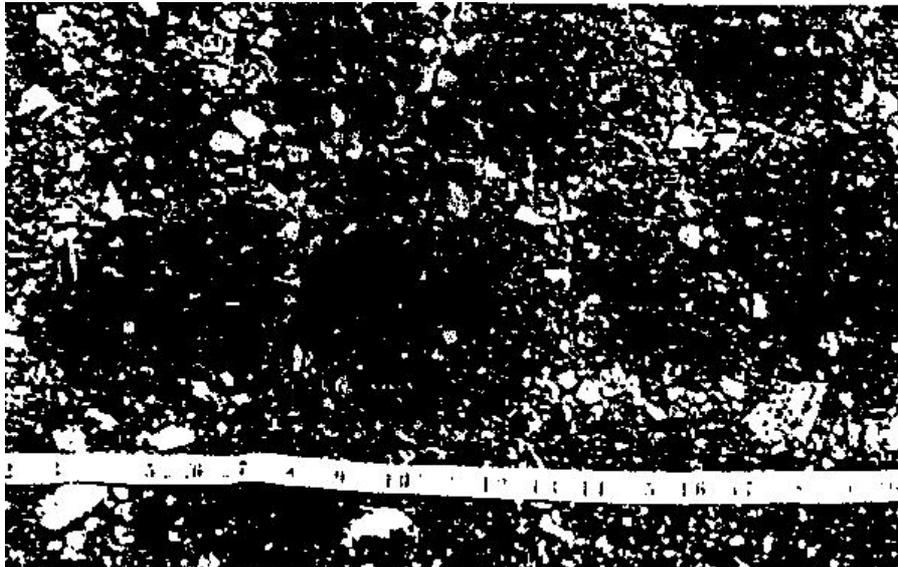


Рис. 2. Фотография шестиугольных дневных сортированных полигонов

Сортированные полигоны (тип структуры грунта, изучаемый в данной работе) определены Маттьюсом и Бойером [1976, с. 399] как «...структурный грунт с полигональными ячейками, свой вид приобретают за счет бордюра из камней, окружающего более мелкие фракции (в центре)». Почва внутри ячеек может быть покрыта травой или другими растениями. Такие полигоны считаются недействующими или реликтовыми структурами, образовавшимися в более холодные периоды в прошлом. Если там не наблюдается растительность, то процесс сортировки может все еще продолжаться. Диаметр сортированных полигонов может меняться от 0,1 до 10 м [Washburn, 1979, p. 142]. Типы сортированных полигонов, изучаемых здесь, связаны с перигляциальными условиями. Нижним уровнем для появления таких структур может быть и уровень моря в Арктике и высоты в 5000 м в средних широтах [Washburn, 1979, p. 121]. В образовании структурных грунтов важны также соответствующие циклы заморозания-оттаивания. Таким образом, их формированию часто препятствует многолетний снежный покров или покрывающая растительность.

Возможно, вскоре будет дано полное объяснение формированию сортированных полигонов. Общепризнано, что структурированные грунты полигенетичны [Caine, 1972]. Washburn [1956] рассматривал несколько механизмов: криостатическое давление, дифференциальное морозное пучение и первичная морозная сортировка, которые вызывают сортировку и сегрегацию гомогенной смеси маленьких и больших камней посредством морозного действия. Некоторые из данных механизмов изучались недавно в лабораторных условиях. Целью данной работы является создание модели, объясняющей эту регулярность, которую можно было бы количественно проверить в полевых условиях.

Обзор литературы

Обзор работ по структурным грунтам дается здесь очень сжато, так как есть две посвященные этому прекрасные монографии [Price, 1972; Washburn, 1979]. Имеющиеся модели образования структурных грунтов можно разбить на две группы: те, в которых придается большое значение растрескиванию, и

те, где оно не учитывается. Трещины высыхания; сезонное, морозное растрескивание и растрескивание вечной мерзлоты с большой вероятностью могут служить причинами появления правильных форм в некоторых структурных грунтах [Washburn, 1979, p. 161]. Сортировка тогда является вторичным механизмом, который следует за растрескиванием [Там же, p. 159].

Действительно, процессы растрескивания наблюдаются в природе, но с их помощью нельзя объяснить правильные формы и геометрию всех сортированных структурных грунтов. Например, наблюдается огромная разница между размерами сети трещин, образованной растрескиванием, и в сортированных полигонах. Обычно размеры сети трещин на вечной мерзлоте на порядок превышают размеры большинства сортированных полигонов. С другой стороны, система трещин высыхания меньше, чем большинство форм [Там же, с. 161]. С помощью механизмов растрескивания также нельзя объяснить увеличение диаметра сортированных полигонов с глубиной (это было замечено Meinardus, 1912, цитируется по [Washburn, 1979, p. 143]), нельзя объяснить переход от сортированных полигонов к сортированным полосам при увеличении крутизны склонов, глубины сортировки с глубиной деятельного слоя и правильность полигональных сетей.

В гипотезах, не рассматривающих растрескивание, внимание уделяется таким процессам, как криостатическое давление, дифференцированное морозное пучение и первичная морозная сортировка [Washburn, 1956]. Эти процессы также протекают в перигляциальных условиях и могут быть на каком-то этапе причиной образования структурных грунтов. Однако для всех этих гипотез необходимо образование первоначальных правильных форм до начала сортировки. Источник появления таких правильных форм описывается моделью, представленной в данной статье.

Модель разработана с помощью теории линейной устойчивости, которая используется в анализе потенциально нестабильных систем, чтобы определить, к чему приведет возмущение: или оно затухнет, или, в случае нестабильной системы, вырастет и приобретет периодическую форму. Повторяющиеся, геометрически правильные феномены, наблюдаемые в природе, часто можно объяснить с помощью такого механизма. С использованием этого подхода пытались установить, можно ли регулярность и геометрию сортированного, структурного грунта объяснить нестабильностью в деятельности слоя над вечной мерзлотой (или в слое, где действуют суточные циклы кроме оттаивания над сезонно промерзающими грунтами). Было определено начало появления конвекционных ячеек Релея в пористой среде деятельного слоя. Конвекция Релея относится к жидкостной конвекции, возникающей в результате неравномерного распределения плотности под влиянием тепловых градиентов. Более плотные флюиды находятся над менее плотными, при определенных условиях образуют ячейки конвекции, таким образом уменьшая свободную энергию системы. Впервые данная проблема была изучена John William Strutt, Lord Rayleigh [Strutt, 1916].

И прежде появление сортированных структурных грунтов объяснялось конвекцией Релея. Nordenskjöld [1909] предполагал, что сортированные грунты являются результатом действия конвекционных потоков в почве под действием разницы температур между верхней границей вечной мерзлоты и поверхностью оттаявшего грунта. Low [1925] и Gripp [1927, 1929] предположили, что потоки, способные поднимать камни, появляются благодаря плотностной инверсии воды между 273 и 277 К. Однако Elten [1923] показал, что поток, вызванный этой разницей, слишком мал, чтобы нести камни, сопротивляясь гравитации. Gripp и Simon [1934, cited p. 853] демонстрировали появление конвекционных клеток в мелкозернистой взвеси в воде, в которой температура у

дна была 273 К, а у поверхности 277 К. Но в опыте не были воспроизведены полевые условия, так как эта взвесь не является пористой средой. Необходимо отметить, что модель, представленная здесь, хотя и включает конвекцию Релея, совершенно отлична от предыдущих моделей.

Статья построена следующим образом. Сначала изложена гипотеза появления правильных форм в сортированных структурных грунтах, базирующаяся на модели конвекции Релея. Необходимо заметить, что эта модель не объясняет всего механизма формирования сортированных структурных грунтов, а описывает механизм появления такой регулярности в деятельном слое. Затем представлено теоретическое исследование начала появления конвекционных ячеек Релея. Критерии образования этих ячеек определяются с помощью линейного анализа стабильности. Тем, кто интересуется только физическим аспектом гипотезы, данный раздел можно пропустить. Затем представлена программа полевых испытаний, включая измерения глубины и ширины сортированных полигонов. Эти данные сравниваются с прогнозом модели Релея. Кроме того, сравниваются лабораторные данные по конвекции Релея в пористых средах с прогнозом модели. Наконец, приведены дополнительные данные по полевым наблюдениям в поддержку модели Релея. Аномалии, связанные с сортированными структурными грунтами, объясняются с помощью представленной здесь гипотезы.

Модель конвекции Релея

Считается, что описываемый процесс протекает в условиях вечной мерзлоты, где деятельный слой сезонно тает и замерзает. Сортированные полигоны суточного типа, появившиеся без вечномерзлого нижнего слоя, будут описаны позже.

Рассмотрим водонасыщенный деятельный слой, схематично представленный на рис. 3. Граница лед — жидкость между замерзшим и незамерзшим грунтом проходит при 273 К. Для удобства моделирования принимается, что температура на поверхности 277 К или около (эта ситуация часто встречается в природе [Ives, 1973; Washburn, 1979, p. 59], когда поверхностная температура, отличная от 277 К, легко вводится в модель — это обсуждается в теоретической части). Хорошо известно, что в этом диапазоне температур плотность воды возрастает с температурой. Профиль плотности воды между 273 и 277 К также показан на рис. 3.

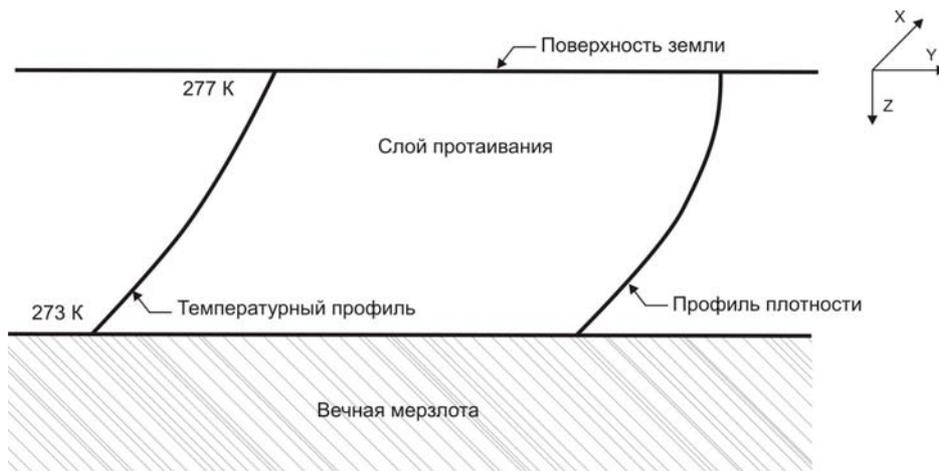


Рис. 3. Схематичное изображение влажных пористых сред в виде модели активного слоя. Изотерма 277 К показана у поверхности для удобства

Так как плотность воды около поверхности деятельного слоя больше, чем возле границы лед — жидкость (рис. 3), система является потенциально неустойчивой. Если возникают соответствующие условия, плотная вода сверху стремится опуститься, в то время как менее плотная вода стремится подняться. Оба действия не могут происходить одновременно: в любой точке флюид может или подниматься, или опускаться, но двигаться одновременно в обоих направлениях не может. Выйти из этого тупика можно с помощью произвольного разделения системы на конвекционные ячейки, в каждой из которых флюид циркулирует по замкнутой орбите. Удивительно в этой конвекционной системе то, что структура потока представляет собой не одну конвекционную ячейку, а много мелких конвекционных ячеек, размер и форму которых можно просчитать.

L. Reyleigh [Strutt, 1916] показал, что конвекционные ячейки формируются не в каждом поверхностном слое с обратной плотностной стратификацией. Началом появления конвекционных ячеек управляют противоположные силы. Градиент плотности и соответствующие подъемные силы должны быть достаточно большими, чтобы заставить флюид циркулировать. Вязкое торможение в деятельном слое является функцией вязкости воды и проницаемости почвы, оно должно быть достаточно малым, чтобы не заглушить циркуляцию. Этот критерий выражается обычно в виде критической величины безразмерного параметра — числа Релея (R_a). Число Релея выражает отношение подъемной силы, отделяющей результат вязкого торможения, к скорости изменения теплопроводности. Любой параметр, увеличивающий число Релея, способствует образованию ячеек конвекции Релея. Число Релея определяется следующим уравнением:

$$(R_a) \equiv \frac{\rho_c^2 C_p \beta \Delta T k g L}{\lambda_s \mu}, \quad (1)$$

где ρ_c (R_a) — плотность флюида при его эталонной температуре (вода при 273 К), C_p — теплоемкость при постоянном давлении, β — коэффициент теплового расширения, ΔT — разница температур на глубине L , k — проницаемость, g — гравитационное ускорение, λ_s — теплопроводность, μ — вязкость сдвига. Критическое число Релея для деятельного слоя будет определено в теоретической части.

С помощью этих параметров, определяющих неустойчивость Релея, можно предположить последовательность образования сортированных полигонов. Сначала примем, что для деятельного слоя, изображенного на рис. 3, начальная проницаемость почвы k слишком мала для плотностной инверсии, в результате которой появляются клетки Релея, т. е. k в числителе уравнения (1) так мало, что число Релея ниже критического значения. Мощность деятельного слоя остается почти постоянной каждый год, так как летом вечная мерзлота оттаивает примерно на одинаковую глубину [Ives, 1973; Washburn, 1979, p. 59]. После оттаивания плотность не возвращается к своему начальному значению, а остается несколько выше. Corte [1962] экспериментально показал, что после 10 циклов замерзания-таяния деятельный слой может увеличиться в объеме до 10 %. Применение уравнения Blake-Kozeny [Bird и др., 1960, p. 199] показывает, что одно объемное увеличение на 10 % увеличивает проницаемость на 80 %. После многочисленных циклов замерзания-таяния проницаемость деятельного слоя достигает значения, которое позволяет получить критическое число Релея. Если в деятельном слое имеется разница

температур 273–277 К, все характеристики уравнения (1) будут почти константами, за исключением проницаемости k и глубины L .

Когда получено число Релея, то переменные параметры в числе Релея тоже достигают своих максимальных значений: α — достаточно большое, чтобы конвекция начиналась, когда L — максимальна (самое глубокое протаивание). Необходимо заметить, что число Релея (R_a) максимально, когда температура на поверхности около 277 К, т. е. конвекция начнется, когда поверхностная температура будет около 277 К.

Более ранние модели структурных грунтов, основанные на конвекции Релея, постулировали, что эти слабые циркулирующие потоки могут вызвать непосредственное движение больших камней, образующих каменные бордюры сортированных полигонов. Данная модель отрицает это. Наоборот, модель утверждает, что конвекция Релея делает структуры правильными опосредованно, воздействуя на форму ледового фронта, залегающего под водонасыщенной пористой средой.

В прежних моделях влияние конвекции Релея на форму, залегающую ниже фронта льда, игнорировалось. Конвекционные ячейки Релея определяют форму залегающего ниже фронта льда, потому что вызывают неравномерный теплоперенос у него. В районах нисходящего потока движение теплой воды от верхнего слоя к ледовому фронту вызовет усиленное таяние; и наоборот, в районах восходящего потока — движение холодной воды вверх замедляет таяние. На рис. 4 показано 2-мерное поперечное сечение полученного в случае волнообразного фронта льда. Обратите внимание на пики под районами восходящего потока и ледовые впадины под районами нисходящего потока. Можно доказать, что трехмерная конфигурация ячеек конвекции Релея будет гексагональной (рис. 5а и б). Известно, где будет проходить восходящий поток — по центру оси (рис. 5а) или вдоль краев (5б). Чтобы прогнозировать направление потока в водонасыщенном деятельном слое, необходимо выполнить нелинейный анализ устойчивости. Результаты этого анализа будут учитываться при проведении лабораторных экспериментов.

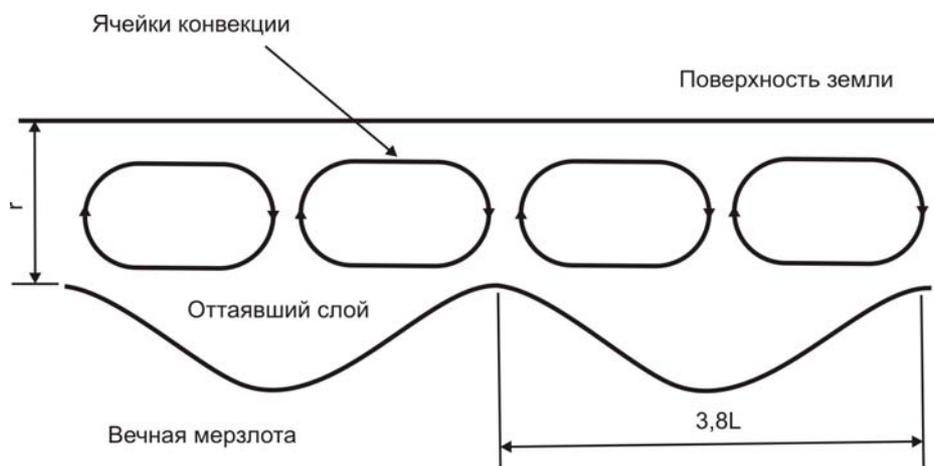


Рис. 4. Двумерное поперечное сечение шестиугольных ячеек конвекции Релея в активном слое. Отмечено получающееся неравное таяние фронта вечной мерзлоты

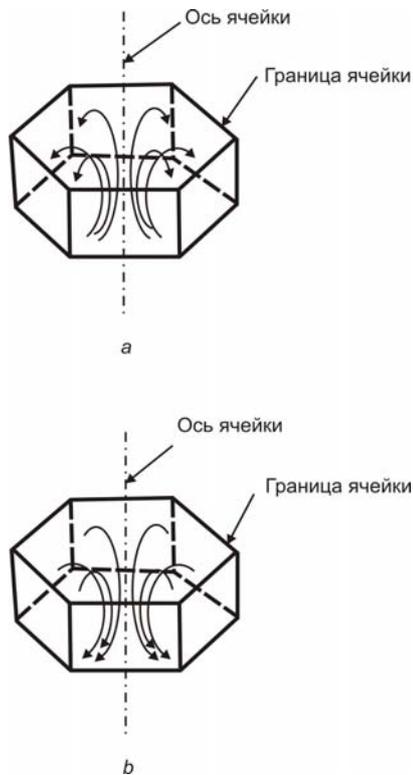


Рис. 5. Схематичное решение двух возможных шестиугольных конфигураций ячейки конвекции: поток направлен из центра (а) и от границ ячейки (b)

Как объяснено выше, критические условия конвекции Релея будут достигнуты, когда движущая сила максимума температуры $\Delta T = 4$ К появится на максимальной глубине, т. е. глубине максимального сезонного протаивания. Анализ показывает, что для возникновения конвекции Релея критической длиной волны будет $W = 3,81 L$. То есть пики волнообразного ледового фронта будут на расстоянии 3,81 (рис. 4). Волнообразный фронт льда влияет на любые сортировочные процессы, которые медленно протекают во времени, причем сортировка отражает форму залегающего ниже ледового фронта. Это происходит благодаря действию одного или нескольких механизмов сортировки: криостатического давления, дифференциального морозного пучения и первичной морозной сортировки. Целью данного исследования не является определение, какой из механизмов вызывает сортировочные процессы. Если новая модель объяснения правильных форм сортированных грунтов верна, то отношение ширины полигона к глубине сортировки будет равным 3,81, так как глубина сортировки должна быть почти равной глубине деятельного слоя.

Прогноз отношения ширины к глубине сортировки является принципиальным результатом проводимого теоретического анализа. Большая часть программы полевых испытаний была посвящена сравнению этого прогноза с результатами измерений сортированных полигонов. Результаты полевых испытаний будут представлены. В следующей теоретической части будет проведен линейный анализ стабильности над системой деятельного слоя, получено критическое число волн, которые исследовались для определения отношения.

Теоретическая часть

Здесь представлен теоретический анализ конвекции Релея в деятельном слое, включая и ледовый фронт. В первой части дано объяснение конвективной неустойчивости, описаны попытки моделирования. Представлен линейный анализ устойчивости этой системы, рассмотрены прогнозы модели конвекции Релея в деятельном слое. Анализ проведен достаточно сжато. За детальным описанием обращайтесь к работам Ray (не опубликовано).

Рассмотрим горизонтальный слой пористой среды, насыщенной флюидом с неустойчивой стратификацией. Температурный профиль в этом слое таков, что плотность флюида на нижней границе меньше, чем около верхней границы. Считается, что небольшие неоднородности в пористой среде или другие источники могут вызвать возмущение. Это возмущение перемещает часть флюида вертикально из состояния покоя. Если система неустойчива, флюид будет продолжать движение и образуются ячейки конвекции. Эти ячейки имеют более низкое энергетическое состояние по сравнению со стационарным неравномерным распределением флюида. Линейный анализ устойчивости установит критерий (включая характеристические параметры системы), который позволит определить, растёт ли это возмущение. Этот анализ позволит определить также начальный допустимый размер возмущения. Часто по этому можно судить о конечном размере конвекционных ячеек [Miller, 1978, p. 234].

Деятельный слой во время таяния схематично представлен на рис. 3. Незамерзшая часть является водонасыщенной почвой и в модели может быть представлена как насыщенная пористая среда. На рис. 3 также указаны температурный и плотностный профиль воды при 277 К лишь на 0,0132 % больше, чем при 273 К. Но известно, что при определенных условиях эта небольшая по плотности движущая сила вызовет появление клеток Релея. Таким образом, система, описанная на рис. 3, потенциально неустойчива. Поверхностная температура может превышать 277 К, в этом случае плотностная инверсия будет только в части оттаявшего слоя. Влияние этого и противоположного случая (t ниже 277 К) проявляется в изменении глубины L , на которой имеет место неравномерная стратификация. Целью данного линейного анализа устойчивости является установление условий, при которых в насыщенном слое возникнет конвекция Релея, и прогноз размера и формы ячеек конвекции.

Прежде чем выполнить линейный анализ устойчивости системы, необходимо получить температурный профиль первоначального состояния (без конвекции) насыщенного пористого слоя. Такой профиль для размерной температуры T^* при незначительной теплопроводности в залегающем ниже льде дается Carslaw и Jaeger [1959, p. 282–96]:

$$T^* = T_{\text{surf}} + (T_{\text{int}} - T_{\text{surf}}) \frac{\text{erf}(z^* \lambda / L)}{\text{erf}(\lambda)}, \quad (2)$$

где T^* — размерная пространственная координата, измеряемая с поверхности почвы. Уравнение (2) удовлетворяет граничным условиям, соответствующим определенной температуре на верхней границе T_{surf} и температуре фазового перехода T_{int} на нижней границе. Безразмерная величина λ относится к скорости фронта фазового перехода. Энергетический баланс на границе лед — жидкость дает неявное выражение для λ

$$\frac{T_{\text{int}} - T_{\text{surf}}}{\text{erf}(\lambda)} \exp(-\lambda^2) = \frac{H\varepsilon\lambda\pi^{1/2}}{C_p}, \quad (3)$$

в котором ε — пористость и H — теплота плавления. Так как λ мала для физических параметров, описывающих деятельный слой, уравнение (2) может быть представлено первым членом ряда Тейлора вблизи $\lambda = 0$. Это дает аппроксимацию для деятельного профиля первоначального состояния, включающего только параметр λ^2 .

$$T = \frac{(T^* - T_{\text{int}})}{(T_{\text{surf}} - T_{\text{int}})} = 1 - z, \quad (4)$$

где $z = z^*/L$.

Данный анализ является математическим представлением возмущения частицы флюида и определения того, затухает ли это возмущение или вырастает в конвекционные ячейки. Производится описание системы определяющими уравнениями преобразования в безразмерные величины и в дифференциальные уравнения в частных производных 4-го порядка. Для решения используются соответствующие граничные условия, и получается алгебраическое уравнение, которое определяет условия, при которых система нестабильна, и если это так — начальные размеры возмущений или конвекционные ячейки.

Уравнение, описывающее поток, идущий через пористую среду, представляет собой закон Дарси [Darcy, 1956, in Cheng, 1978].

$$w^* = -\frac{k}{\mu} (\nabla P^* - \rho^* g), \quad (5)$$

где w^* — величина вектора скорости флюида; P^* — размерное давление. Далее символ ∇ будет обозначать вектор дифференциального оператора.

Уравнение движения для этой системы следующее [Bird и др., 1960, p. 79]:

$$\rho^* \frac{D^* w}{Dt^*} = -\nabla^* P^* - \nabla^* \cdot \tau^* + \rho^* g, \quad (6)$$

где тензор плотностного давления τ^*

$$\nabla^* \cdot \tau^* = \frac{w^* \mu}{k}. \quad (7)$$

Уравнение тепловой энергии можно записать [Там же, p. 316]:

$$\rho^* C_p \frac{D^* T^*}{Dt^*} = \lambda_s \nabla^{*2} T^*. \quad (8)$$

Уравнение непрерывности [Там же, p. 75]:

$$\frac{D^* \rho^*}{Dt^*} = -\rho^* (\nabla^* \cdot w^*). \quad (9)$$

Наконец, уравнение состояния, используемое в этом анализе, описывает плотностное поведение воды между 273 и 277 К:

$$\rho^* = \rho_c (1 + \beta T^*). \quad (10)$$

Обратите внимание, что для положительных β плотность увеличивается с температурой.

Зависимые переменные (температура, скорость, давление) становятся возмущенными, в отличие от состояния покоя. Эти переменные возмущения, обозначенные значком ($'$), подставляются в уравнения (5)–(10), которые становятся линейными в возмущенных величинах. Вычитая уравнения базового (начального) состояния из этих линейных возмущенных уравнений, делая их безразмерными и объединяя, мы получаем дифференциальное уравнение в частных производных 4-го порядка по температуре T :

$$\left[\frac{w_s \lambda_s \Delta T}{L^2 \varepsilon H \rho_c g} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mu w_s}{kg \rho_c} \right] \left[\frac{\lambda_s}{\varepsilon L H w_s \rho_c \beta} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\lambda_s}{w_s \rho_c C_p L \beta \Delta T} \nabla^2 \right] \nabla^2 T' = \nabla_l^2 T'. \quad (11)$$

Здесь температура и пространственные координаты сделаны безразмерными (как отмечено выше), w_s — неопределенный фактор шкалы скорости, безразмерное время $t = t^* \lambda_s \Delta T / (L^2 \varepsilon H \rho_c)$. Символ ∇_l^2 обозначает 2-размерный оператор Лапласа

$$\nabla_l^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (12)$$

Решение уравнения (11) находится

$$T' = e^{nt} \sin(lx) \sin(my) (A_1 e^{\eta_1 z} + A_2 e^{-\eta_1 z} + A_3 e^{\eta_2 z} + A_4 e^{-\eta_2 z}), \quad (13)$$

где $n \equiv n^* L^2 \varepsilon H \rho_c / \lambda_s \Delta z T$ — безразмерный коэффициент роста. Символы l и m — безразмерные горизонтальные номера волн по оси x и y (рис. 3):

$$l \equiv \frac{2\pi L}{W_x}, \quad (14)$$

$$m \equiv \frac{2\pi L}{W_y}, \quad (15)$$

где W_x и W_y обозначают размерные длины волн по оси x и y . Удобно определить объединенный безразмерный горизонтальный номер волны (число волн) a как

$$a^2 = l^2 + m^2. \quad (16)$$

Безразмерные величины r_1 и r_2 (уравнение (13)) определяются

$$r_1 \equiv \left[\frac{\alpha + 2\xi a^2 - (\alpha^2 + 4\xi \alpha a^2 + 4\xi(1-\alpha)a^2)^{1/2}}{2\xi} \right]^{1/2} \quad (17)$$

и

$$r_2 \equiv \left[\frac{\alpha + 2\xi a^2 - (a + 4\xi \alpha a^2 + 4\xi(1-\alpha)a^2)^{1/2}}{2\xi} \right]^{1/2} \quad (18)$$

где

$$\alpha \equiv \frac{C_p \Delta T n}{\varepsilon H (Ra)}, \quad (19)$$

$$\xi \equiv \frac{1}{(Ra)}. \quad (20)$$

Символ (Ra) обозначает число Релея, определенное уравнением (1). Его необходимое минимальное значение является критерием для возникновения в деятельном слое, что будет обсуждаться дальше. Четыре величины A_1, A_2, A_3, A_4 в уравнении (13) — это четыре неопределенные константы интегрирования. Итак, необходимы четыре граничных условия для того, чтобы полностью определить задачу.

Верхняя граница нестабильно стратифицированного слоя является свободной поверхностью — т. е. свободной для деформации под влиянием потока. Эта свободная поверхность определяется условием нулевой скорости потока, нормальной для этой поверхности. Соответствующее граничное условие для линейной задачи стабильности можно представить следующим образом:

$$w' = 0 \text{ at } z = 0. \quad (21)$$

То же граничное условие можно применить к границе раздела между стабильно и нестабильно стратифицированными слоями. Это является непосредственным продолжением линеаризаций, применяемых при решении этой задачи линейной теории устойчивости. Уравнение (21) можно представить в терминах возмущенной температуры следующим образом:

$$\nabla^2 T' - \left(\frac{C_p \Delta T}{\varepsilon H} \right) \frac{\partial T'}{\partial t} = 0 \text{ at } z = 0. \quad (22)$$

Граничное условие, соответствующее определенной верхней температуре, дается в терминах возмущенной температуры с помощью

$$T' = 0 \text{ at } z = 0. \quad (23)$$

Нижнее граничное условие соответствует непроницаемому деформированному фронту фазового перехода, представлено в безразмерной форме

$$w' = 0 \text{ at } z = 1. \quad (24)$$

Уравнение (24) может быть представлено в терминах T' тем же способом, что и уравнение (21):

$$\nabla^2 T' - \left(\frac{C_p \Delta T}{\varepsilon H} \right) \frac{\partial T'}{\partial t} = 0 \text{ at } z = 1. \quad (25)$$

Нижнее граничное условие, описывающее границу раздела лед — жидкость, представляется в безразмерной форме с помощью

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial T'}{\partial z} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} \eta \text{ at } z = 1. \quad (26)$$

В этом анализе граница лед — жидкость может оттаивать неравномерно, что требует введения новой переменной для того, чтобы описать волнообразную поверхность. Ввод еще одной степени свободы требует дополнительного нижнего граничного условия. Ввод нужного нижнего граничного условия основывается на том, что на границе лед — вода температура постоянна. Это условие можно записать так:

$$T' + \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} \eta = 0 \text{ at } z = 1. \quad (27)$$

Подставим температурный профиль начального состояния из уравнения (4) в уравнение (27) и (28), чтобы исключить η , и, объединив эти уравнения, получим нижнее граничное условие, независимое от η :

$$\frac{\partial T'}{\partial z} + \frac{\partial T'}{\partial t} = 0 \text{ at } z = 1. \quad (28)$$

Решение уравнения (13) подставляется в (22), (23), (25), (28) с учетом четырех граничных условий. Так как граничные условия однородны, для того чтобы получить нетривиальное решение, детерминант коэффициентов интегрирования констант A_1, A_2, A_3, A_4 должен быть равен нулю. С помощью некоторых алгебраических манипуляций подсчитаем детерминант:

$$\begin{aligned} & [(a^2 + r_1'^2 + W_T n)^2 + (a^2 + r_1'^2 + W_T n)(-a^2 + r_2'^2 - W_T n)] r_2' \sin r_1' \cosh r_2 + \\ & + [(-a^2 + r_2'^2 + W_T n)^2 - (-a^2 + r_2'^2 - W_T n)(-a^2 + r_1'^2 - W_T n)] r_1' \sin r_1' \sinh r_2 + \\ & + [(a^2 + r_1'^2 + W_T n)^2 + (-a^2 + r_2'^2 - W_T n)^2] n \sin r_1' \sinh r_2 + 2(a^2 + r_1'^2 + W_T n) \times \\ & \times (-a^2 + r_2'^2 - W_T n) n \sin r_1' \sinh r_2 = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$W_T = \frac{C_p \Delta T}{\varepsilon H} \quad (30)$$

и

$$r_1' = i r_1. \quad (31)$$

Уравнение (29) устанавливает отношения между параметрами задачи, включая физические свойства, температуру на границах, глубину деятельного слоя, число волн a и коэффициент роста n . При определенных граничных условиях и физических свойствах для каждого номера волны уравнением (29) определяется единственный коэффициент роста n . Волны с положительным коэффициентом роста неустойчивы, и это можно наблюдать. Если числа Реллея меньше критического, n отрицателен для всех номеров (чисел) волн. При критическом числе $n = 0$ для критического номера волны и отрицателен для всех других. Поэтому ячейки конвекции, которые можно наблюдать, когда сис-

тема превысит критическое число Релея, имеют размер, характеризуемый критическим числом (номером) волны.

Прогнозы уравнения (29) представлены на рис. 6, где показано отношение безразмерного числа волны a к числу Релея (Ra). Затененная часть соответствует таким волновым числам, которые имеют положительный коэффициент роста n , и могут появиться ячейки конвекции. Этот участок неустойчивых волновых чисел ограничен траекторией таких волновых чисел, для которых $n = 0$ (кривая нейтральной стабильности). Критическое число Релея здесь 27,1 и соответствует критическому волновому числу 2,33. При любом числе Релея больше критического существует единственное волновое число с самым большим положительным коэффициентом роста (максимально усиленная волна). Траектории этих волновых чисел также показаны на рис. 6.

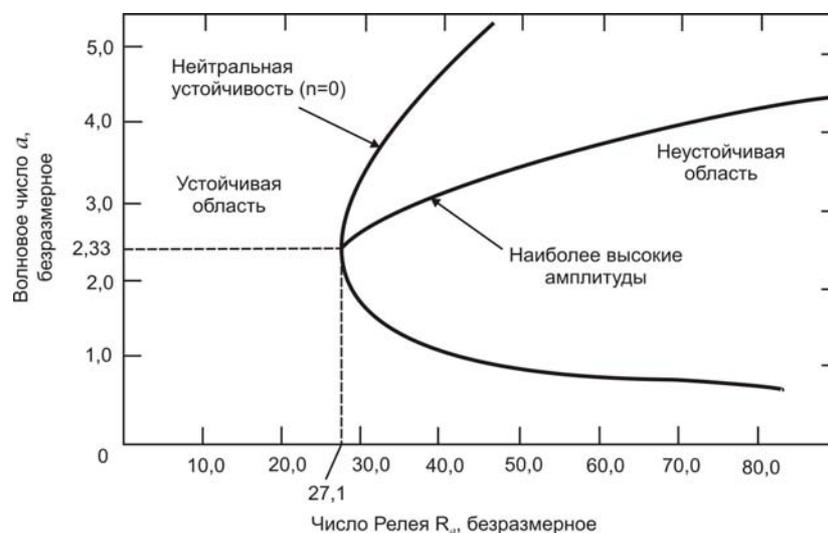


Рис. 6. Число волны против числа Релея для граничных условий, соответствующих свободной верхней поверхности, при постоянной температуре. Критическое число Релея — 27,1, критическое число волны — 2,33

Здесь необходимо отметить, что максимально усиленная волна для каждого числа Релея описывает только возмущение, усиливающееся наиболее быстро в начальный период времени. Строго говоря, линейная теория устойчивости не может описать развития клеток и размеры после начального возмущения. Более того, при числах Релея, слегка превышающих критическое, критическое волновое число постоянно [Velard and Normand, 1980; Combarnous and Bories, 1975], возможно, потому, что критическое волновое число имело достаточно времени для развития, чтобы подавить возмущения других волновых чисел.

Выдвинутая здесь гипотеза доказывает, что будущий участок структурированного грунта развивается до того критического состояния, при котором возникает конвекция Релея, благодаря увеличению числа Релея из-за последовательных циклов замерзания-оттаивания. Как только достигнуто критическое число Релея, появляющиеся ячейки конвекции будут иметь размер, характеризуемый критическим волновым числом. Залегающий ниже фронт льда деформируется в ответ на неравномерный теплоперенос, возникающий из-за ячеек свободной конвекции. В то же время конвекционные ячейки вызывают изменения в пористой среде (из-за ила, уплотнения, разжижения почвы и дру-

гих влияний, которые способствуют возвращению ячеек на то же место во время последовательных циклов таяния). Таким образом, конвекционные ячейки в критических условиях возникают в пористой среде и затем придают среде, которая присутствует во время последовательных циклов замерзания-таяния, геометрический характер. Более того, этот полученный геометрический рисунок определит рисунок структурированного грунта. То есть сортированные полигоны должны иметь отношение ширины к глубине сортировки, которое определяется критическим волновым числом, полученным из уравнения (29), $a = 2,33$. Для боковой изотропной пористой среды ожидается, что в уравнениях (14) и (15) $W_x = W_y$, т. е. уравнение (16) означает, что отношение ширины к глубине сортировки, соответствующее критическому волновому числу, определяется

$$a = 2,33 = 2\pi\sqrt{2L/W}. \quad (32)$$

Таким образом,

$$W/L = 3,81. \quad (33)$$

Это является одним из принципиальных результатов данного анализа, который можно проверить в полевых условиях. Здесь важно заметить, что прогноз критического волнового числа (уравнение (32)) или отношения ширины к глубине сортировки (уравнение (33)) не зависит от физических свойств пористой среды. Чтобы убедиться в этом, необходимо лишь измерить отношение ширины полигона к глубине сортировки на площадках структурированного грунта. Последующие прогнозы о природе структурного грунта делаются с помощью конвекционной теории Релея. Palm [1960] показал, что конвекционные ячейки в слое со свободным флюидом приближаются к гексагональной форме. Более того, Combarous и Bories [1975] показали, что они действительно гексагональны. Эти теоретические и экспериментальные результаты свидетельствуют, что предпочтительной формой структурированного грунта в плоском активном слое с боковой изотропией является гексагональная.

Наконец, этот анализ показывает, что гексагональные структуры, встречающиеся на плоском грунте, трансформируются в параллельные полосы на наклонной поверхности. Параллельные полосы означают, что или W_x , или $W_y = 0$ в уравнении (14) или (15); таким образом, уравнение (16) имеет вид:

$$2,33 = 2\pi L/W \quad (34)$$

или

$$W/L = 2,70. \quad (35)$$

В следующей части данные результаты сравниваются с полевыми наблюдениями как реликтовых, так и действующих структурированных грунтов.

Полевые наблюдения

Предполагалось, что в результате полевых исследований удастся подтвердить идеи, что конвекция Релея в деятельном слое вызывает регулярность сортированных структурированных грунтов. Если конвекция Релея связана с образованием сортированных полигонов, тогда она должна быть на реликтовых площадках, которые являются сейчас полигональными структурами; с другой стороны, площадки, на которых сортировка происходит в настоя-

щее время, трудно обнаружить. Поэтому при проверке гипотезы конвекции Релея внимание обращалось на уже существующие сортированные полигоны.

Было необходимо измерить глубину и ширину сортированных полигонов, так как гипотеза Релея дает прогноз отношения ширины к глубине конвекционных ячеек 3,81 и считается, что сортировка проходит на глубину, где образуются ячейки. Хотя многими исследователями было замечено, что ширина сортированных полигонов связана с глубиной сортировки каменных бордюров, в литературе данных по ширине и глубине мало. И в программе полевых исследований особое внимание уделялось точным замерам глубины и ширины разных сортированных полигонов.

Как только была выбрана исследовательская площадка, в сортированном полигоне с хорошо выраженными формами отрывалась траншея. Место для рытья выбиралось с учетом следующих условий: хорошо выраженные края, отсутствие больших валунов, соседство подобных полигонов. Благодаря траншее исследователи получали вид края полигона в поперечном сечении.

От центра к центру полигона протягивалась лента, вдоль которой измерялась глубина сортировки до уровня, который принимался за нижний край бордюра (рис. 7). То есть этот уровень — уровень ненарушенной почвы независимо от высоты каменного бордюра над поверхностью земли. Часто, как на рис. 7, нижняя граница каменного бордюра видна. В других случаях для определения нижней границы каменного бордюра измерялась глубина сортировки или ориентация камней. Камни, ориентированные вертикально, считались частью бордюра. С другой стороны, если было больше камней, ориентированных горизонтально, то принималось, что во время образования полигона они находились ниже уровня промерзания-таяния. Таким образом, глубина, на которой камни начинали ориентироваться горизонтально, считалась глубиной сортированной каменной границы. Для получения средней ширины измерялись расстояния от центров полигонов до центров каменных границ нескольких соседних сортированных полигонов.



Рис. 7. Типичная траншея поперек границы сортированных полигонов. Протянутая лента показывает уровень ненарушенной почвы

В табл. 1 собраны данные, использованные для проверки модели. Таблица включает имя исследователя, положение и подъем каждой площадки, ширину и глубину полигона. В основном это были реликтовые полигоны, но изучались и несколько небольших действующих сортированных полигонов. Довольно редко встречались площадки с хорошо выраженными сортированными полосами, таким образом, решения уравнений (34) и (35) проверить не удалось.

В предыдущей части утверждалось, что критическое волновое число начала конвекции — 2,33, что соответствует отношению ширины к глубине ячейки — 3,81. Гипотеза о регулярности структурного грунта утверждает, что волнообразный ледовый фронт благодаря процессу сортировки переносит свою структуру на структурированный грунт. То есть сортированный структурированный грунт имеет отношение ширины к глубине сортировки 3,81 или, соответственно, безразмерное волновое число $a = 2\pi\sqrt{2L/W} = 2,33$. Этот прогноз проверяется на рис. 8, где указано отношение ширины полигона W к глубине сортировки L для данных с 18 площадок, представленных в табл. 1. Линейная регрессия этих данных дает наклон — 3,57, сечение — 0,04 и коэффициент корреляции — 0,982. Если бы было идеальное согласование с теорией, то склон был бы — 3,81, сечение — 0, коэффициент корреляции — 1. Здесь необходимо заметить, что, в то время как в данной теории есть некоторое число аппроксимаций, считается, что причиной большинства отклонений от теоретической линии на рис. 8 является нерегулярность (неправильность) в геологии данной местности.

Таблица 1

Данные полевых измерений для сортированных полигонов

Местоположение участка	Квадрат USGS	Ширина, м	Глубина, м	Приблизительная высота, м	Исследователь
Niwot Ridge	Ward, Colorado	2,3	0,53	3 500	Ray
Niwot Ridge	Ward, Colorado	3,8	1,00	3 500	Ray
Caribou Mt.	Ward, Colorado	1,7	0,48	3 650	Ray
Caribou Mt	Ward, Colorado	1,7	0,48	3 650	Ray
Arikaree Glacier	Monarch Lake, Colorado	0,86*	0,18	3 800	Ray
Arikaree Glacier	Monarch Lake, Colorado	0,83*	0,16	3 800	Ray
Albion Saddle	Ward, Colorado	0,40*	0,10	3 650	Ray
Albion Saddle	Ward, Colorado	0,50*	0,13	3 650	Ray
Albion Saddle	Ward, Colorado	3,9	1,10	3 650	Ray
Medicine Bow Peak	Medicine Bow, Wyoming	2,3	0,70	3 650	Ray
Medicine Bow Peak	Medicine Bow, Wyoming	2,9	0,70	3 650	Ray
Trail Ridge Road	Trail Ridge	4,0	1,10	3 660	Ray
Green Lake No. 4	Ward, Colorado	2,3	0,71	3 550	Ray
Chief Mountain	Franks Peak, Wyoming	2,3	0,83	3 400	Krantz and Gunn
Beartooth Plateau	Beartooth Butte and Alpine, Montana	0,2*	0,07	3 400	Krantz and Gunn
Dana Plateau	Mono Craters, California	0,64	0,16	3 500	Krantz and Gunn
Parker Pass Creek	Mono Craters, California	0,70	0,14	3 400	Krantz and Gunn
Macquarie Island, Australia	—	0,25*	0,08	300	Caine

*Дневная активная полигональная форма

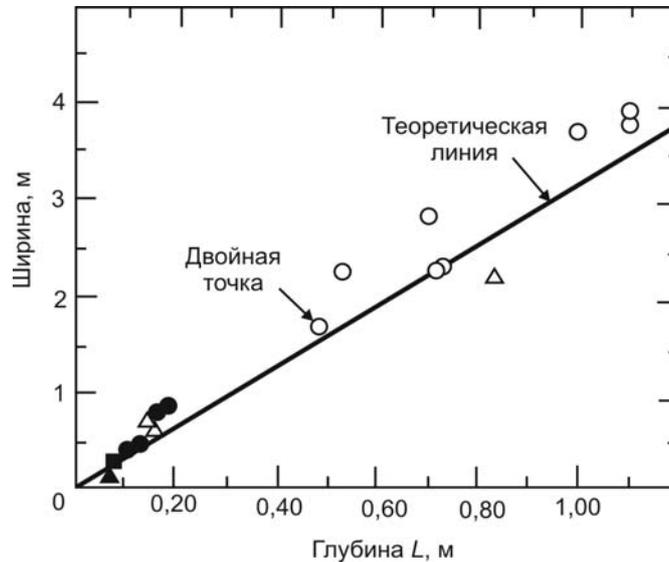


Рис. 8. Характеристика отношения ширины к глубине сортировки для сортированных полигонов. Темные значки — суточные сортированные полигоны

Обратите внимание, что на рис. 8 представлены как сезонные полигоны (незаштрихованные значки), так и суточные сортированные полигоны (темные значки). Таким образом, данная модель позволяет объяснить отношение ширины к глубине сортировки для больших реликтовых и небольших суточных сортированных полигонов. Важным моментом гипотезы является то, что она основывается на свободной конвекции, возникающей около критического числа Релея. В то время как рассматриваемые здесь структурированные грунты должны еще изучаться в лабораторных условиях, уже имеются точные лабораторные данные о возникновении конвекции Релея в пористой среде. Combarous и Bories [1975] изучали конвекцию Релея в пористой среде, насыщенной «нормальной» жидкостью (т. е. жидкостью, чья плотность увеличивалась с температурой), которая внизу нагревалась, а сверху была покрыта тонким слоем жидкости. Кажется, что эта система не похожа на задачу свободной конвекции, которая изучается в данной работе. Однако математическое описание задачи устойчивости Релея для этой системы идентично данному; таким образом, лабораторное исследование Combarous и Bories должно также дать критическое волновое число 2,33 и соответственно отношение ширины к глубине 3,81. На рис. 9 показана связь безразмерного волнового числа a и глубины L для данных лабораторных исследований Combarous и Bories и данных по сортированным полигонам из табл. 1. Эти данные лабораторных и полевых исследований удобнее сравнивать по безразмерному волновому числу, чем по графику отношения ширины к глубине (как на рис. 8), так как размер лабораторных конвекционных ячеек значительно меньше. Волновые числа, полученные в лабораторных и полевых условиях, не зависят от глубины, что согласуется с теоретическим прогнозом. Лабораторные исследования дают в среднем безразмерное волновое число 2,64, а полевые — 2,3. Это сравнение подтверждает, что данные полевых испытаний лучше согласуются с теорией, чем данные тщательно подготовленных лабораторных исследований свободной конвекции.

Свойства сортированных структурных грунтов с точки зрения модели конвекции Релея

В этой части обсуждаются свойства сортированных структурных грунтов в свете гипотезы конвекции Релея.

Постоянная величина отношения ширины к глубине

Прежде было замечено, что ширина сортированного структурного грунта увеличивается с глубиной сортированных валунов. На рис. 8 и 9 показано, что отношение ширины к глубине является числом постоянным, и это легко объясняется моделью конвекции Релея. Конвекционные ячейки Релея в почве должны соответствовать критическому волновому числу 2,33, так как число Релея будет около своей критической величины. Отношение ширины к глубине этих ячеек будет 3,81, что очень близко к отношению глубины к ширине 3,57, которое находится с помощью линейного регрессионного анализа данных полевых исследований.

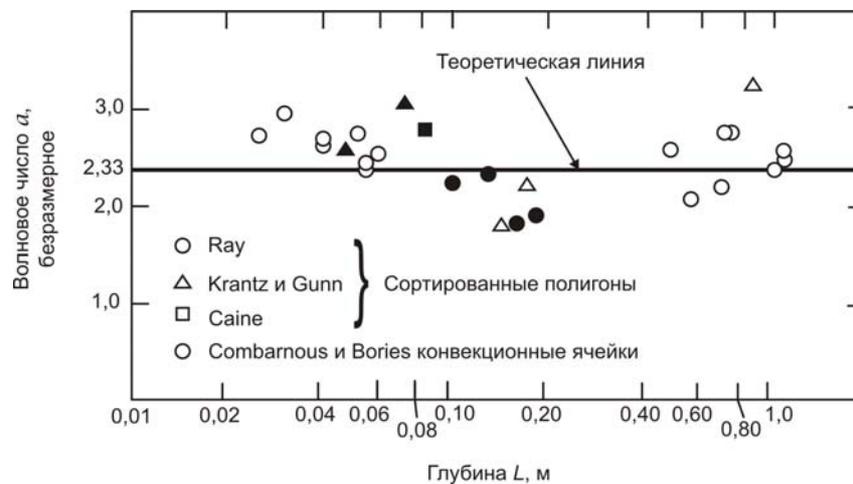


Рис. 9. Отношение числа волны к глубине для сортированных полигонов и ячеек конвекции Релея. Предсказания теории конвекции Релея включены. Темные значки — суточные сортированные полигоны

Сортированные полосы

Сортированные полосы — это параллельные линии камней и полоски мелких фракций, обычно ориентированные вниз по склону параллельно линии склона. Сортированные полигоны обычно встречаются на склонах от 0 до 3° , а плавный переход к сортированным полосам происходит между углами 3° и 7° . Combarous и Borjes [1975] и другие во время лабораторных экспериментов замечали, что 3-мерные гексагональные конвекционные ячейки переходят в 2-мерные круглые ячейки, ориентированные вниз по склону, когда наклон пористой среды проходит некий критический угол. Затем образуются сортированные полосы по тем же законам, что и сортированные полигоны. 2-размерные круглые ячейки вызывают неравномерное таяние вечной мерзлоты, в результате чего образуются ледовые пики и впадины, ориентированные вниз по склону. Тот же механизм сортировки действует при образовании сортированных полос из волнообразного ледового фронта. Случаи, когда каменные полосы продолжают на плоской территории внизу склона [Richmond, 1949] также объясняются этой моделью. Combarous [1978] в лабораторных

исследованиях наблюдал, что часто 2-размерные круглые ячейки остаются после того, как наклонная пористая среда резко переходит в горизонтальную. Можно предположить, что в наклонном деятельном слое 2-размерные круглые ячейки остаются еще на каком-то расстоянии после того, как склон становится ровным. Nicholson [1976] заметил, что сортированные полосы следуют за под-поверхностной дренажной системой, и не обязательно самые крутые склоны; и это можно объяснить конвекционной теорией. 2-размерные круглые ячейки движутся вниз по склону, что ведет к неравномерному протаиванию вечной мерзлоты. Таким образом, незамерзшие гребни будут повторять дренажную систему, и не обязательно поверхность склона.

Суточный сортированный структурный грунт

Суточные сортированные полигоны представляет собой малые формы, обычно менее 0,1 м глубиной, которые обычно связаны с воздействием циклов заморозания-оттаивания. К ним подходит то же безразмерное волновое число, как и к реликтовым полигонам (рис. 9). Таким образом, может быть использована та же модель. Однако в этих случаях необязательно присутствует глубокое сезонное промерзание вечной мерзлоты. В начале весны земля может промерзнуть на глубину большую, чем глубина суточного промерзания-оттаивания. Этот суточный деятельный слой заморзнет вновь в течение ночи. Эти суточные циклы заморозания-таяния часто сопровождаются суточными циклами морозного пучения [Fahey, 1973]. Ширина суточного сортированного полигона на рис. 2 — 15,2 см. В соответствии с моделью конвекции Релея верхние 4 см заморзшего грунта должны каждый день заморзаться и оттаивать. Fahey [1973] и другие исследователи отмечали, что глубина суточного заморозания-оттаивания может достигать 10 см. Здесь мы видим действие того же механизма, что и в случае больших сортированных полигонов. Схема этого процесса показана на рис. 10. Проницаемость суточного деятельного слоя возрастает с увеличением числа циклов заморозания-оттаивания до тех пор, пока не начнется конвекция. Конвекционные ячейки вызывают волнообразное таяние поверхностного слоя сезонно-заморзшего грунта, как и в случае вечной мерзлоты. Благодаря механизмам сортировки образовавшийся волнообразный суточный ледовый фронт образует суточные структуры (рис. 2).

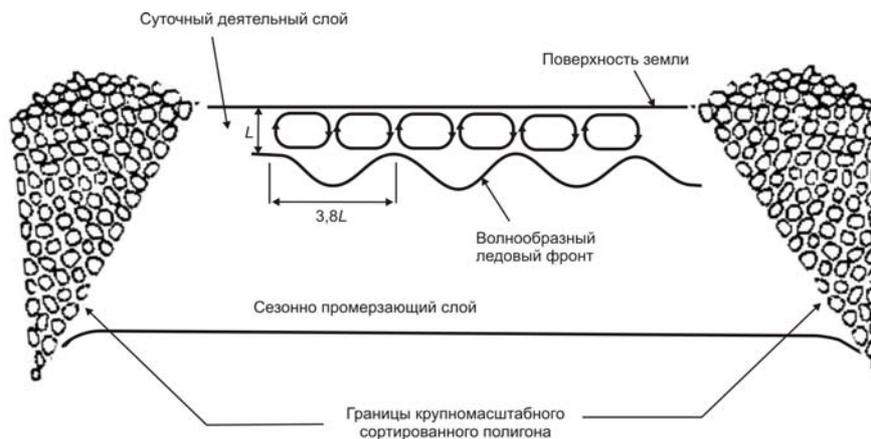


Рис. 10. Схематическое решение двумерного поперечного сечения ячеек (клеток) конвекции Релея в суточном активном слое в центре большого сортированного полигона

Форма сортированных полигонов

На рис. 2 представлена фотография суточного сортированного полигона. Этот полигон представляет собой группу почти правильных шестиугольников. Таким образом, гексагональная форма ледового фронта, предсказанная ранее, действительно встречается в природе. Можно предположить, что механизмы, отражающие сортированный полигон, точно отражают этот ледовый фронт. Это подтверждает тот факт, что в таких суточных формах тоже наблюдается конвекция Релея.

Подводные сортированные полигоны

Верхние граничные условия, о которых говорилось выше, соответствуют деятельному слою, насыщенному водой до уровня поверхности земли или ниже. Возможно и другое граничное условие, но оно редко встречается в полевых испытаниях (например: [Jennings, 1960]). Это соответствует образованию полигонов в отложениях под водой. Это условие дает более низкое значение критического числа Релея, чем дает обычное граничное условие при насыщении до уровня поверхности. Граничное условие воды представляется:

$$\frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \text{ at } z = 0. \quad (36)$$

Это выражение заменяет уравнение (21) в качестве верхнего граничного условия потока. Применение уравнения (36) дает критическое число Релея 17,7 вместо 27,1 в случаях свободной поверхности, что обсуждалось в статье ранее. Это бы указывало на то, что в случае стоячей воды конвекция будет протекать не в таких предельных условиях (например, меньшая проницаемость). Таким образом, конвекция Релея могла бы появиться под мелкими озерами, которые полностью замерзают зимой и оттаивают летом. В Snowy Range, Wyoming (рис. 11), в ложе нескольких небольших озер были обнаружены подводные полигоны, которые образовались под стоячей водой глубиной до 0,3 м. Критическое волновое число в случае стоячей воды — 1,75, отношение ширины к глубине — 5,08 вместо 3,81. Средняя ширина полигонов Snowy Range — 0,8 м, из чего мы сделали предположение о глубине сортировки 0,16 м. Однако прогноз не проверялся с помощью рытья траншей.



Рис. 11. Подводные сортированные полигоны. Снежный хребет Вайоминга. Полигоны приблизительно 0,8 м шириной

Выводы

С помощью модели, приведенной в данной статье, делается предположение о том, что ячейки конвекции Релея в деятельном слое вызывают неравномерное таяние ледового фронта и образуют ледовые пики и впадины. Структура ледового фронта благодаря механизмам сортировки переносится на образующийся структурированный грунт. Модель дает прогноз критического отношения ширины к глубине 3,81 (для горизонтальных первоначально изотропных деятельных слоев). Отношение не зависит от физических свойств пористой среды. Полевые испытания — рытье траншей в реликтовых и суточных полигонах — подтвердили теоретический прогноз этого отношения. Более того, модель дает объяснение и другим особенностям сортированных структурных грунтов, включая характерную шестиугольную форму, переход от сортированных полигонов к сортированным полосам с увеличением крутизны склонов. Наконец, модель предсказывает появление структурных грунтов под водой; отношение ширины полигона к глубине сортировки — 5,08, однако это остается не проверенным в полевых условиях.

Перевод А. А. Рыбинской

ЛИТЕРАТУРА

- Benard, H. 1900. Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide. *Revue Generale des Sciences Pures et Appliquées*. Vol. 11, No. 24, p. 1261–71, 1309–28.
- Bird, R. E., and others. 1960. *Transport phenomena*, by R. E. Bird, W. E. Stewart, and E. N. Lightfoot. New York, John Wiley and Sons, Inc.
- Caine, N. 1972. The distribution of sorted patterned ground in the English Lake District. *Revue de Geomorphologie Dynamique*, 21 An., No. 2, p. 49–56.
- Carslaw H., S., and Jaeger, J. C. 1959. *Conduction of heat in solids. Second edition*. Oxford, Clarendon Press.
- Cheng, P. 1978. Heat transfer in geothermal systems. *Advances in Heat Transfer*, Vol. 14, p. 4–130.
- Combarous, M. S. 1978. Natural convection in porous media and geothermal systems. *Sixth International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, August 7–11, 1978. Memoires de conferenciers invités*, Vol. 7, p. 65–79.
- Combarous, M. S., and Bories, S. A. 1975. Hydrothermal convection in saturated porous media. *Advances in Hydrosience*, Vol. 10, p. 231–307.
- Corte, A. E. 1962. The frost behavior of soils: laboratory and field data for a new concept. Pt. II. Horizontal sorting. *U.S. Cold Regions Research and Engineering Laboratory. Research Report 85, Pt. 2*.
- Elton, C. S. 1927. The nature and origin of soil polygons in Spitzbergen. *Quarterly Journal of the Geological Society of London*, Vol. 83, Pt. 1, p. 163–94.
- Fahey, B. D. 1973. An analysis of diurnal freeze–thaw and frost heave cycles in the Indian Peaks region of the Colorado Front Range. *Arctic and Alpine Research*, Vol. 5, No. 3, p. 269–80.
- Gripp, K. 1927. Beiträge zue Geologie von Spitzbergen. *Abhandlungen aus dem Gebiet der Naturwissenschaften* (Hamburg), Bd. 21, Ht. 3–4, p. 1–38.
- Gripp, K. 1929. Glaciologische und geologische Ergebnisse der Hamburger Spitzbergen-Expedition 1927. *Abhandlungen aus dem Gebiet der Naturwissenschaften* (Hamburg), Bd. 22, Ht. 2–4, p. 145–249.
- Ives, J. D. 1973. Permafrost and its relationship to other environmental parameters in a midlatitude, high-altitude setting, Front Range, Colorado Rocky Mountains. *Permafrost. Second International Conference. 13–28 July 1973, Yakutsk, U.S.S.R. North American contribution*, p. 121–25.
- Jennings, J. N. 1960. On an unusual occurrence of stone polygons in the French Alps. *Biuletyn Peryglacjalny*, No. 7, p. 169–73.

- Low, A. R. 1925. Instability of viscous fluid motion. *Nature*, Vol. 115, No. 2887, p. 299–300.
- Matthews, W. H., and Boyer, R. E. 1976. *Dictionary of geological terms*. New York, Anchor Press.
- Miller, C. A. 1978. Stability of interfaces. *Surface and Colloid Science*, Vol. 10, No. 3, p. 227–93.
- Nicholson, F. H. 1976. Patterned ground formation and description as suggested by low Arctic and subarctic examples. *Arctic and Alpine Research*, Vol. 8, No. 4, p. 329–42.
- Nordenskjöld, O. 1909. *Die Polarwelt und ihre Nachbarländer*. Leipzig. B. G. Teubner.
- Palm, E. 1960. On the tendency towards hexagonal cells. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 8, Pt. 1, p. 183–92.
- Price, L. W. 1972. The periglacial environment, permafrost, and man. *Association of American Geographers. Committee on College Geography. Resource Paper*, No. 14.
- Ray, R. J. Unpublished. A Rayleigh convection compliant ice front model for sorted patterned ground. [M.S. thesis, University of Colorado, Boulder, Colorado, 1981.]
- Richmond, G. M. 1949. Stone nets, stone stripes, and soil stripes in the Wind River Mountains, Wyoming. *Journal of Geology*, Vol. 57, No. 2, p. 143–53.
- Strutt, J. W., third Baron Rayleigh. 1916. On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side. *Philosophical Magazine*, Sixth Ser., Vol. 32, No. 192, p. 529–46.
- Velarde, M. G., and Normand, C. 1980. Convection. *Scientific American*, Vol. 243, No. 1, p. 92–108.
- Washburn, A. L. 1956. Classification of patterned ground and review of suggested origins. *Bulletin of the Geological Society of America*, Vol. 67, No. 7, p. 823–66.
- Washburn, A. L. [1979.] *Geocryology: a survey of periglacial processes and environments*. London, Edward Arnold. [Also published New York, John Wiley and Sons, Inc., [1980], with identical pagination.]

R. J. Ray, W. B. Krantz, T. N. Caine, R. D. Gunn

A MODEL FOR SORTED PATTERNED-GROUND REGULARITY

Sorted patterned ground refers to polygons, nets, or stripes defined by rocky borders which are the result of sorting in soil subjected to frost action. This paper presents a model in which convection cells, driven by unstable density stratification in the aqueous phase, result in uneven melting of the underlying ice front during thawing. The resulting undulatory ice front with regularity spaced peaks and troughs provides the pattern which results in the regularity observed for certain types of patterned ground. In addition, the model predicts the width to depth-of-sorting ratio for both polygons and stripes, and explains the characteristic hexagonal shape of sorted polygons, the transition from sorted polygons to sorted stripes on sloped terrain, and the formation of sorted polygons under water. The predicted ratio of width to depth-of-sorting of 3.81 for sorted polygons is compared with the ratio of width to depth-of-sorting of 3.57 found from a linear regression analysis of 18 field study data.