

**Неравновесные макросистемы:  
основные понятия и определения[1]**

*В статье рассмотрены основные виды неравновесных моделей в термодинамике, приведены некоторые уравнения и критерии устойчивости. Сделаны предположения о применимости их в разработке макросистемных моделей развития городов и поселков. По степени организованности приняты три варианта неравновесных макросистем: локального равновесия с критерием минимума производства энтропии; неравновесная стационарность с критерием положительности избыточного производства энтропии; флуктуационно-диссипативные с образованием новых упорядоченных структур.*

Классическое определение макросистем дано в одной из работ Ю. С. Попкова [1]. Это системы, в которых хаотическое поведение на микроуровне преобразуется в детерминированное на макроуровне. Например: в химических технологиях микропараметром может оцениваться содержание молекул различных компонентов смеси, макропараметром — их распределение; в экономике это вероятности пар (потребитель — ресурс) и «емкости» или определенных групп потребителей и производителей соответственно; в транспортных системах это пользователи транспортными услугами — услуги и распределение схем обслуживания. Все эти параметры определены применительно к равновесным стационарным макросистемам.

Однако в экономике трудно представить неизменные во времени рыночные отношения. Меняются курсы валют, цены на определяющие ресурсы, технологии и многое другое. В силу того, что большинство экономических систем, в том числе и город, являются открытыми, сохранить равновесность достаточно долго не удастся. Реальнее неравновесная модель макросистемы. Особенно это характерно для переходного периода в экономике таких стран, как Россия.

Понятие неравновесной системы зародилось в физике. Основным «водоразделом» в понимании неравновесности можно считать работы нобелевского лауреата И. Пригожина и его коллег Г. Николиса, П. Гленсдорфа [4, 9].

Приведем выдержку из лекции И. Пригожина [10], созвучную мнению о неперспективности моделей равновесных процессов. «Очевидно, что функциональный порядок, имеющий место в городе или в живом организме, представляет собой порядок совсем другого типа. Чтобы разработать термодинамику структур данного типа, необходимо показать, что неравновесие может быть причиной порядка. Оказалось, что необратимые процессы могут приводить к возникновению нового типа динамических состояний материи, названных мной “диссипативными структурами”». И. Пригожин предлагает для городских макросистем использовать понятие неравновесности, и кроме того он подчеркивает, что в неравновесных системах параметры «выхода» являются детерминированными (или параметрами «порядка»).

Далее, говоря о теореме «о минимуме производства энтропии», Пригожин отмечает, что она справедлива для систем, «находящихся в стационарном, “достаточно близком к равновесию состоянии”, и отражает “инерционные свойства неравновесных систем”». Другими словами, для линейных соотношений между потоками и силами, что достаточно часто случается в экономике городов, можно пользоваться критерием минимума производства энтропии. Однако для систем, находящихся вдали от равновесия, иначе говоря, для нелинейных неравновесных макросистем (надмолекулярный порядок на выходе), структура системы может быть сохранена прежней, но вышеназванный критерий вызывает сомнение.

Приведем классификацию неравновесных макросистем по Пригожину [11]. В линейной неравновесной термодинамике достаточно близкими к равновесным являются локально равновесные системы или равновесные в некотором локальном «элементарном» объеме  $DV$ . Только в этом объеме соблюдаются равновесные термодинамические законы. Отсюда следует, что в пространстве системы все основные термодинамические переменные будут зависеть от времени  $t$  и пространственной координаты  $x$ . В термодинамике это температура  $T(x, t)$ , давление  $P(x, t)$ , химический потенциал  $m(x, t)$  и экстенсивные переменные плотности энтропии  $x(x, t)$ , плотности энергии  $u(x, t)$ , число молей некоего компонента  $n(x, t)$  в единичном объеме. В экономике это могут быть заработная плата, цены, тарифы, денежные, товарные и людские ресурсы (потоки) соответственно. И единичными могут быть некая площадь или масса.

В этом случае для единичных объемов (т. е. в каждой точке  $x$  в любое  $t$ ) справедливо соотношение Гиббса

$$dU = Tds - PdV + \sum_k \mu_k dn_k.$$

Локальные объемы могут взаимодействовать с разными параметрами состояния.

Исходя из статистической механики, равновесие определяет распределение Максвелла по скоростям и

при взаимодействии локальных объемов (не каждого) происходят химические реакции, а значит отклонения от равновесия, но скорость возвращения в него достаточно велика, что и позволяет сохранить локальность. Однако при этом должны быть наложены некоторые ограничения на молярную плотность и однородность элементарного объема [9, 11].

Поскольку второй закон термодинамики справедлив и для рассмотренных систем, то производство энтропии в локальном объеме определяется обычным выражением

$$\sigma(x, t) = \frac{d_i s}{dt} \geq 0,$$

где  $i$  — это индекс, определяющий только внутренние свойства элементарного объема.

Следовательно, уравнение баланса энергии и концентрации локального объема определяются общепринятыми выражениями [11], используя которые, можно определить поток и производство энтропии.

В общем виде последняя определяется формулой де Донде:

$$\sigma = \sum_{\alpha} F_{\alpha} J_{\alpha},$$

где  $F$  и  $J$  — сила и поток соответственно;  $\alpha$  — обобщенные индексы.

Известно, что для небольших отклонений от равновесия соблюдается феноменологическое соотношение

между потоками и силами. Пусть  $\alpha = k$  для тепловых потоков, тогда  $J_k = \sum_j L_{kj} F_j$ .

Если учесть соотношение взаимности Онзагера  $L_{jk} = L_{kj}$ , то формула

$$\sigma = \sum_k L_{jk} F_j F_k > 0$$

определяет устойчивость систем данного вида неравновесности.

При этом необходимо помнить, что в связи с неравновесностью какие-то силы поддерживают потоки постоянными, а какие-то сводят их к нулю.

В термодинамике это, например, некая утечка тепла при отсутствии потока вещества, в экономике — небольшая постоянная инфляция при стабильных ценах на определяющие товары.

При этом стационарность, т. е. постоянство утечки какого-либо вещества или энергии, обеспечивает минимум производства энтропии.

Однако часто эти линейные феноменологические соотношения не выполняются и микрообъемы могут вести себя колебательно и, далее, хаотически.

Но начнем со стационарной неравновесности, при которой (в термодинамике) потоки энергии и вещества  $J_k$  не обращаются в нуль. Отсюда первая вариация энтропии  $dS$  не обращается в нуль, а значит существует вторая  $d^2S$  и со своими знаками.

Пригожиным предложено в таких неравновесных системах пользоваться критерием Ляпунова, который говорит о том, что если возмущенное движение отличается от невозмущенного на некоторую малую положительную величину и она при этом уменьшается или не выходит за рамки наперед заданной величины, то это движение устойчиво. Пригожин предложил в качестве «функционала» Ляпунова использовать  $d^2S$ , или «избыточное производство энтропии»:

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta^2 S}{2} = \sum_k \delta F_k \delta J_k > 0.$$

Если неравенство выполняется, то такое стационарное состояние устойчиво. Однако и здесь есть ограничения. Они касаются флуктуаций. Это могут быть неоднородности, дефекты или любые случайные факторы. В экономике это могут быть меняющиеся условия в бизнесе, частая смена законодательства и пр. При наличии значительных флуктуаций в неравновесных системах возможно непредсказуемое поведение («дуалистическое»). Часто поведение таких систем при определенных условиях становится упорядоченным в пространстве и времени. Это свойство неравновесных систем переходить в упорядоченное состояние через флуктуации или «порядок через флуктуации» И. Пригожин определил как фундаментальное.

В термодинамике исследован ряд устойчивых организованных структур: ячейки Бенара, слои Жаботинского. Они названы Пригожиным диссипативными [11]. Макросистемные модели такого типа могут

быть использованы в экономике переходного периода при больших необратимых потоках. Например, при разработке стратегий безопасности, антикризисных программ и в бурно развивающихся регионах и отраслях.

Главными являются вопросы, как поддерживать систему вдали от равновесия и при каких флуктуациях она переходит в новые состояния.

В общем виде движение или развитие системы можно записать как

$$\frac{\partial X_k}{\partial t} = Z_k(X_i, \lambda),$$

где  $X_k$  — параметры состояния системы;  $k = 1, 2, \dots, n$ ;  $\lambda$  — параметр, позволяющий поддерживать систему вдали от равновесия. Множественность решения этого уравнения является одним из условий, приводящим к неустойчивости, диссипативным структурам, бифуркации [11].

Таким образом, по Пригожину, можно выделить три варианта неравновесных моделей: локально равновесные, стационарно неравновесные и флуктуационно-диссипативные.

В. Эбеллинг в монографии «Образование структур при необратимых процессах» [5] делит неравновесные системы на два основных класса:

1) находящиеся вблизи положения равновесия, в которых происходит разрушение структуры, что является универсальным свойством систем при произвольных условиях;

2) находящиеся вдали от положения равновесия, в которых происходит образование структуры, при особых внешних и внутренних условиях, заключающихся в том, что система открыта и обладает нелинейной внутренней динамикой, а ее внешние параметры имеют сверхкритические значения.

Оба класса относятся к числу открытых систем, которые характеризуются тем, что могут обмениваться со средой как энергией, так и веществом. Обмен веществом со средой, который по определению обязательно имеет место в открытой системе, может происходить как свободно (через отверстие, вентиль и т. п.), так и через граничные поверхности, обладающие избирательным пропусканием (мембраны, сита и т. п.).

В теории открытых систем второй закон термодинамики неприменим, так как в неравновесных стационарных состояниях энтропия может и не иметь максимум, а свободная энергия — минимум. Одной из попыток решить задачу нахождения функции, которая помогла бы отличить устойчивые неравновесные стационарные состояния от других состояний, является формулировка принципа минимального производства энтропии.

Но для систем, далеких от равновесия, этот принцип в большинстве случаев также неприменим. Другим его существенным ограничением, как указывает Р. Л. Стратонович [6], является также то, что он справедлив только в линейном приближении.

Р. Л. Стратонович, используя различные виды функции Ляпунова, сформулировал следующие три критерия устойчивости неравновесного стационарного состояния:

«Критерий 1. Если  $|dA|^2$  с течением времени не увеличивается, то стационарное состояние устойчиво.

Критерий 2. Если  $d^2S_0 < 0$  при  $dA = 0$  и  $d^2S_0/dt = -\sum dX_g dJ_g \geq 0$ , то стационарное состояние устойчиво.

Критерий 3. Если 1)  $d_x P/dt \equiv \sum J_x \geq 0$ ; 2)  $\sum J_g(A) dx_g = d\Phi(A)$ ; 3)  $\Phi(A) < \Phi(A^0)$  при достаточно малых  $|dA| = 0$ , то стационарное состояние устойчиво», где  $A$  — термодинамические параметры открытой системы;  $S$  — энтропия;  $J$  — потоки;  $X$  — силы (потенциалы);  $x$  — сопряженные с внутренними параметрами силы;  $g$  — индекс внутренних параметров.

Специфический «дифференциал»  $d_x$  введен Гленсдорфом и Пригожиным [4].

Известна работа венгерского физика И. Дьярмати «Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы». Она представляет собой удачное обобщение принципа наименьшего рассеивания энергии Онзагера и принципа наименьшего производства энтропии, на основе вариационной математики. Вторым важным достижением школы И. Дьярмати является «перевод» неравновесной термодинамики на язык поля. Этого требовали многие задачи гидро-, магнито- и электродинамики, тепловые и поверхностные явления, и это был следующий шаг в строительстве более «динамической» или необратимой термодинамики в пространстве и времени.

Однако, несмотря на большую практическую значимость этой и последующих работ И. Дьярмати, они ничего не добавляли в классификации макросистем.

Одним из современных ученых, занимающихся неравновесными моделями, является Быстрая Геннадий Павлович, профессор Уральского государственного университета. Ряд его работ, посвященных неравновесным системам [14, 15], представляет собой дальнейшее развитие формализма теории Онзагера применительно к открытым потоковым системам, находящимся вдали от равновесия. Все более поздние его

работы посвящены применению этого формализма к различным областям экономики и производства.

Интересным является отождествление внутренних сил и процессов с функцией отрицательной связи [14]. Отсюда и некоторое упрощение «принципиальной схемы открытой неравновесной системы». Оригинальным, например в отличие от И. Пригожина, является критерий устойчивости  $(-I_e X_e) > 0$  [14, с. 42].

В заключение приведем понятия однородных и неоднородных, стационарных и нестационарных систем и определимся с неравновесностью с учетом этих определений.

Остановимся на справочной работе Е. П. Агеева [20]. Пусть  $f_i$  некоторые свойства термодинамической системы. Причем, если  $f_i$  не зависит от пространственной координаты  $r$ ,  $\partial f_i / \partial r = 0$ ;  $\partial f_i / \partial t \neq 0$ , то система однородна, если  $\partial f_i / \partial r \neq 0$ ;  $\partial f_i / \partial t = 0$ , она стационарна. Если  $\partial f_i / \partial r \neq 0$  и  $\partial f_i / \partial t \neq 0$ , она неоднородна и нестационарна и если  $\partial f_i / \partial r = 0$ ;  $\partial f_i / \partial t = 0$  — равновесна.

Причем, если система претерпевает непрерывную смену равновесных состояний, то этот процесс носит название равновесного, но если при этом скорость релаксации сравнима с возмущением, то это уже будет неравновесный процесс. Это только один из вариантов введения понятия неравновесности.

Таким образом, учитывая все определения, приведенные выше, можно сказать, что неравновесные системы могут иметь практически все варианты сочетаний: и стационарными, и однородными, и неоднородными, и нестационарными. Особый класс составляют неравновесные прерывные, отвечающие моделям катастроф.

## Литература

1. Попков Ю. С. Теория макросистем (равновесные модели). М.: Эдиториал УРСС, 1999. 320 с.
2. Ресин В. И., Попков Ю. С. Развитие больших городов в условиях переходной экономики (системный подход). М.: Эдиториал УРСС, 2000. 328 с.
3. Вильсон А. Дж. Энтропийные методы моделирования сложных систем / Пер. с англ. М.: Наука, 1978. 248 с.
4. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М.: Мир, 1973. 280 с.
5. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. Введение в теорию диссипативных структур. М.: Мир, 1979. 280 с.
6. Стратонович Р. Л. Нелинейная неравновесная термодинамика. М.: Наука, 1985. 480 с.
7. Дьярмати И. Неравновесная термодинамика. Теория поля и вариационные принципы. М.: Мир, 1974. 304 с.
8. Ландфорд О. Э. и др. Неравновесные явления: уравнение Больцмана. М.: Мир, 1986. 272 с.
9. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 512 с.
10. Пригожин И. Время, структура и флуктуации. Пер. с англ. // Успехи физ. наук. Т. 131, вып. 2. М.: Наука, 1980. С. 185–207.
11. Пригожин И., Конделуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур. М.: Мир, 2002. 461 с.
12. Кайзер Дж. Статистическая термодинамика неравновесных процессов. М.: Мир, 1990. 608 с.
13. Зубарев Д. Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М.: Наука, 1971. 416 с.
14. Быстрой Г. П., Пивоваров Д. В. Неравновесные системы: целостность, эффективность, надежность. Свердловск: Изд-во Урал. ун-та, 1989. 182 с.
15. Быстрой Г. П. Аналитическая макроэкономика: динамика неравновесных макроэкономических процессов. Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1994. 71 с.
16. Петров Н., Бранилов Й. Современные проблемы термодинамики. М.: Мир, 1986. 288 с.
17. Термодинамика необратимых процессов. Сб. ст. М.: Наука, 1987. 292 с.
18. Цибульский В. Р. Термодинамические основы саморегуляции и управления состоянием массива мерзлого грунта // Тр. Междунар. симпоз. «Геокриологические исследования в Арктических районах». Вып. 3, ч. 2. Тюмень: Изд-во ИПОС СО РАН, 1990. С. 3–11.
19. Зубков П. Т., Цибульский В. Р. Естественная конвекция жидкости с фазовыми переходами // Западная Сибирь — проблемы развития. Тюмень: Изд-во ИПОС СО РАН, 1994. С. 197–222.
20. Агеев Е. П. Неравновесная термодинамика в вопросах и ответах. М.: Эдиториал УРСС, 2001. 136 с.

[1] Работа поддержана РФФИ (грант № 01-06-80394).

V. R. Tsibulsky, A. V. Vetoshkin

## NON-EQUILIBRIUM MACROSYSTEMS: GENERAL NOTIONS AND DEFINITIONS

The authors consider general types of non-equilibrium models in thermodynamics, quoting certain equations and tests of sustainability. A suggestion is made regarding possibility of their application in creating macrosystem models of city and township development. Depending on the extent of regularity, three types of non-equilibrium macrosystems are accepted: macrosystems of local equilibrium state with test for minimum entropy production; macrosystems of non-equilibrium stationary state with positiveness test for excessive entropy production; and fluctuation-dissipative macrosystems accompanied by formation of new regular structures.