М. В. Руденко

О восстановлении импульсной характеристики линейной системы по отсчетам выходного сигнала в одном частном случае

Существующие методы идентификации модели наблюдаемого объекта требуют данных о входном воздействии и соответствующем ему выходном отклике. Большинство из них имеют итеративный характер. Исходными данными для описываемого в статье метода являются отсчеты сигнала с выхода системы. Информация со входа системы ограничена только информацией о длительности входного сигнала. Предлагаемый метод не является итеративным.

Введение

Задача идентификации реальных объектов часто осложнена необходимостью моделирования входного воздействия. Например, при определении динамических характеристик датчиков давления невозможно воспроизвести идеальные испытательные воздействия, какими являются d-импульс, ступень, гармонический сигнал, шум [1, с. 152].

Специфика систем передачи данных в нефтегазовой отрасли состоит в том, что для решения многих задач (управление объединением промышленных предприятий; передача результатов телеизмерений с технологических пунктов магистральных газо- и нефтепроводов, с газо- и нефтепромыслов, ирригационных сооружений, пунктов контроля за состоянием окружающей среды; при подаче сигналов бедствия или опасности с удаленных технологических объектов; организация каналов телеметрии и др.) требуется оперативная передача с небольшой частотой небольших объемов данных. Более того, емкость источников электропитания большинства необслуживаемых контролируемых технологических объектов незначительна, что ограничивает максимальную мощность используемого оборудования связи.

Кроме того, характеристики используемого канала связи могут с течением времени меняться. Эти изменения в целях сохранения помехозащищенности необходимо отслеживать, что требует использования в передающей и приемной частях системы связи дополнительных методов и алгоритмов, основанных, например, на передаче в перерывах между полезным сигналом тестовых сигналов. Передача тестовых, испытательных сигналов сопряжена со множеством проблем, среди которых — синхронизация и все то же моделирование адекватного тестового сигнала. Такие же проблемы возникают при исследовании новых каналов связи, когда факт таких исследований должен быть скрыт.

В силу описанных выше причин, в процессе эксплуатации каналов связи, применяемых в нефтегазовой отрасли, моделирование входного воздействия приводит к удорожанию приемно-передающей аппаратуры, что в целом делает систему передачи данных экономически невыгодной [4, с. 4].

В связи с этим представляют интерес такие методы отслеживания характеристик канала связи, которые требуют минимума (допускают отсутствие) информации о входном воздействии. Так, в работе [1, с. 152] рассматривается решение проблемы восстановления импульсной характеристики датчика давления и испытательного воздействия с использованием обратного вейвлет-преобразования. В этой же работе помещена обширная библиография по подобным методам.

В данной статье описывается метод, в котором информация о входном воздействии ограничена только информацией о длительности входного сигнала. Метод может быть использован, например, при отслеживании изменения характеристик канала связи без подачи специальных тестовых сигналов. В качестве тестовых сигналов используются передаваемые по каналу связи полезные данные.

1. Основная идея метода восстановления вида импульсной характеристики

Будем рассматривать динамическую детерминированную линейную систему, например линейный канал связи. Задача, решаемая в работе, ставится следующим образом: найти отсчеты импульсной характеристики канала по наблюдаемым отсчетам отклика на его выходе (при неполной информации о входном воздействии — известна лишь информация об его длительности). Предполагаем, что входное воздействие, импульсная характеристика и выходной сигнал представлены равномерными во времени отсчетами. Через канал связи передается последовательность сигналов одинаковой длительности. ***I***-й входной сигнал будем обозначать $\boldsymbol{X_i}$, а его отсчеты $\boldsymbol{x_{ij}}$, (i = 1…k, j = 1…m).

Будем считать, что сигналы на вход подаются относительно друг друга с задержкой. Имеется система синхронизации, обеспечивающая синфазность процессов на приеме и передаче. Тем самым на приемной стороне мы можем четко определить отклики, соответствующие различным входным сигналам, т. е. нет межсимвольной интерференции. Отклик $\boldsymbol{Y_i}$ на сигнал $\boldsymbol{X_i}$ также представим отсчетами $\boldsymbol{y_{ij}}$, (i = 1…k, j = 1…n). Вследствие того, что длительность импульсной характеристики канала в общем случае больше нуля, размерности входных сигналов и их откликов не совпадают ($m < n$).

Объединим совокупность нескольких последовательно воздействующих на канал связи входных сигналов в матрицу X:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{km} \end{pmatrix}.$$

Каждая строка матрицы X — это m отсчетов, соответствующих одному входному сигналу. Всего сигналов — k, соответственно столько и столбцов в матрице. Пусть $g(t)$ — импульсная характеристика канала связи, представленная отсчетами $g_1, g_2, \dots, g_l$. Составим матрицу (m ´ n) оператора канала H [6, с. 17]:

$$H = \left.\begin{pmatrix} g_1 & g_2 & \dots & g_l & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_1 & g_2 & \dots & g_l & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & g_1 & g_2 & \dots & g_l \end{pmatrix}\right\} m \text{ строк.}$$

Дискретный вариант теоремы Дюамеля о характере преобразования линейной системой последовательности k входных сигналов выглядит так [2, с. 403]:

$$Y = X \cdot H = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{k1} & y_{k2} & \dots & y_{kn} \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

В одной строке полученной матрицы — отсчеты $\boldsymbol{Y_i}$ отклика на один сигнал $\boldsymbol{X_i}$.

В общем случае размерность отклика равна n; при этом $n > m$, точнее, $n = m + l - 1$.

Заметим, что данные о входном сигнале и импульсной характеристике канала нам необходимы лишь для установления связи. Затем, в процессе функционирования канала, рассматриваются только отсчеты откликов.

Введем в рассмотрение евклидово пространство $\boldsymbol{E_n}$. В нем каждая строка матрицы Y определяет точку в этом пространстве. Совокупность всех точек образует подпространство $\boldsymbol{E_m}$. Это подпространство геометрически представляет собой гиперплоскость. При этом существует точка $\boldsymbol{M_i}$, координаты которой в $\boldsymbol{E_m}$ равны отсчетам входного сигнала $\boldsymbol{X_i}$, т. е. $\boldsymbol{M_i} = (\boldsymbol{x_{i1}}, \boldsymbol{x_{i2}}, \dots, \boldsymbol{x_{im}})$. Базис, для которого координаты точки $\boldsymbol{M_i}$ есть отсчеты входного сигнала, всегда существует, и он единственный. Однако в то же самое время $\boldsymbol{M_i}$ Î $\boldsymbol{E_n}$ и координаты ее в $\boldsymbol{E_n}$ будут $\boldsymbol{M_i} = (\boldsymbol{y_{i1}}, \boldsymbol{y_{i2}}, \dots, \boldsymbol{y_{il}})$. Таким образом, точки гиперплоскости имеют в базисе $\boldsymbol{E_m}$ координаты, соответствующие отсчетам входного сигнала, а в базисе $\boldsymbol{E_n}$ — координаты, соответствующие отклику.

С учетом вышесказанного, особый интерес для нашего метода представляет плоскость, образованная точками, координаты которых суть отсчеты откликов. Такая плоскость задается, во-первых, воздействием оператора канала H на входные сигналы в соответствии с уравнением (1), во-вторых, своим каноническим уравнением. Каноническое уравнение гиперплоскости в пространстве $\boldsymbol{E_n}$ в векторной форме имеет вид [7, с. 81]:

$$\begin{cases} (s_1, x - p) = 0, \\ \qquad \dots \\ (s_{n-m}, x - p) = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Круглыми скобками в (2) обозначены скалярные произведения; $\boldsymbol{S_1}, \dots, \boldsymbol{S_{n-m}}$ — векторы, образующие ортогональное дополнение для каждого вектора рассматриваемой гиперплоскости. Другими словами — это нормали к гиперплоскости. В $\boldsymbol{n}$-мерном пространстве для плоскости размерности $\boldsymbol{m}$ таких нормалей может быть $\boldsymbol{n - m}$. $\boldsymbol{X}$ — переменный параметр, представляющий произвольную точку на плоскости, $\boldsymbol{P}$ — известная точка на плоскости. Уравнениями в системе (2) выражено условие перпендикулярности векторов ($\boldsymbol{X - P}$), принадлежащих гиперплоскости, всем нормальным векторам для данной плоскости.

Ключевая идея метода состоит в том, что если существуют два различных метода задания плоскости, то, возможно, должна существовать и связь между координатами плоскости (находятся из уравнений системы (2)) и импульсной характеристикой, задающей матрицу оператора канала и тем самым плоскость. Установлению этой связи посвящено дальнейшее изложение.

2. Связь между координатами гиперплоскости и отсчетами импульсной характеристики

Под координатами гиперплоскости понимается матрица вида

$$S=\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{(n-m),1} & s_{(n-m),2} & \dots & s_{(n-m),n} \end{pmatrix},$$

где n — размерность пространства; m — размерность подпространства из точек, принадлежащих гиперплоскости, также число отсчетов для представления входного сигнала. В строках матрицы S координаты векторов, удовлетворяющих системе уравнений (2). Так, вектор S_i представлен в i-й строке S своими координатами s_{ij}, где $i = 1\dots(n - m)$, $j = 1\dots n$.

Для установления искомой связи необходимо прежде всего найти координаты плоскости. Для этой цели используем векторное произведение. Векторное произведение двух векторов в частном трехмерном случае — это вектор, перпендикулярный двум данным, неколлинеарным. В общем случае векторное произведение — это кососимметричный тензор [5, с. 414]. Используя компоненты этого тензора, можно получить все векторы, ортогональные заданным.

Рассмотрим несколько частных случаев.

Пример 1. Выберем из пространства входных сигналов три сигнала, представленные двумя отсчетами каждый: (1, 1), (2, 3) и (3, 4). Зададим импульсную характеристику двумя отсчетами: $g_1 = 1$, $g_2 = 2$. Тогда матрицы X, H и Y выглядят так:

$$X=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix},\quad H=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix},\quad Y=X\cdot H=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 6 \\ 3 & 10 & 8 \end{pmatrix}.$$

Каждая строка матрицы Y задает точку в трехмерном пространстве. Совокупность полученных точек задает плоскость в этом же пространстве. Известно [3, с. 160], если точки $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$, $M_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $M_2 = (x_2, y_2, z_2)$ не лежат на одной прямой, то проходящая через них плоскость представляется уравнением

$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ x_1-x_0 & y_1-y_0 & z_1-z_0 \\ x_2-x_0 & y_2-y_0 & z_2-z_0 \end{vmatrix}=0.$$

В нашем случае $M_0 = (1, 3, 2)$, $M_1 = (2, 7, 6)$, $M_2 = (3, 10, 8)$. Тогда уравнение плоскости выглядит как

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-3 & z-2 \\ 2-1 & 7-3 & 6-2 \\ 3-1 & 10-3 & 8-2 \end{vmatrix}=-4x+2y-z=0.$$

Как видим, нормальный вектор к плоскости $S_1 = (-4, 2, -1)$. Таким образом, координаты плоскости $S = (-4, 2, -1)$, так как ортогональный вектор только один. Заметим, что:

$$\begin{cases} g_1\cdot s_1+g_2\cdot s_2=0, \\ g_1\cdot s_2+g_2\cdot s_3=0. \end{cases} \qquad (3)$$

Полученная система уравнений (3) связывает координаты плоскости с отсчетами импульсной характеристики. Как видно, (3) — однородная система линейных уравнений. Определитель этой системы $D=\begin{vmatrix} s_1 & s_2 \\ s_2 & s_3 \end{vmatrix}$. В общем случае имеется нетривиальное решение, если $D = 0$. В табл. приведены данные, подтверждающие эту связь для других импульсных характеристик.

Соответствие импульсной характеристики задаваемой ею плоскости (трехмерный случай)

Отсчеты импульсной характеристики,	Координаты нормального вектора к плоскости,	Векторы, составляющие фундаментальную систему

(g_1, g_2)	(s_1, s_2, s_3)	решений системы (3)	
1 1	1 -1 1	1	1
1 2	4 -2 1	0.5	1
1 -1	1 1 1	-1	1
1 -2	4 2 1	-0.5	1
2 1	1 -2 4	2	1
2 2	4 -4 4	1	1
2 -1	1 2 4	-2	1
2 -2	4 4 4	-1	1
-1 1	1 1 1	-1	1
-1 2	4 2 1	-0.5	1
-1 -1	1 -1 1	1	1
-1 -2	4 -2 1	0.5	1
-2 1	1 2 4	-2	1
-2 2	4 4 4	-1	1
-2 -1	1 -2 4	2	1
-2 -2	4 -4 4	1	1

Как видно из табл., определитель $D = 0$ во всех случаях. Следовательно, система (3) имеет нетривиальное и в общем не единственное решение. В третьем столбце табл. приведены векторы, составляющие фундаментальную систему решений системы (3). Анализ показывает, что векторы фундаментальной системы решений равны для тех импульсных характеристик, отчеты которых пропорциональны. Например, для вектора из фундаментальной системы решений (1, 1) в табл. существует четыре импульсных характеристики: (1, 1), (2, 2), (-1, -1), (-2, -2). Это связано с тем, что данные импульсные характеристики задают одну и ту же плоскость. Несмотря на это, вид (форму) характеристики восстановить удалось.

Пример 2. Рассмотрим четырехмерный случай, когда число отсчетов отклика равно 4. Расчеты показывают, что зависимость между координатами плоскости и отсчетами импульсной характеристики будет иметь такой же, как и в трехмерном случае, характер. В данном случае можно записать

$$\begin{cases} g_1 \cdot s_1 + g_2 \cdot s_2 + g_3 \cdot s_3 = 0, \\ g_1 \cdot s_2 + g_2 \cdot s_3 + g_3 \cdot s_4 = 0. \end{cases} \qquad (4)$$

Обобщение результатов исследования. Для больших размерностей отклика зависимость сохраняется и в общем случае будет содержать $(n - m)$ систем уравнений по 2 уравнения с $(n - 1)$ неизвестных в каждой. В предыдущем предложении: n — размерность пространства; m — размерность подпространства из точек, принадлежащих гиперплоскости, также число отсчетов для представления входного сигнала; $(n - m)$ — число нормальных векторов к гиперплоскости. Таким образом, для каждого из нормальных векторов к гиперплоскости может быть составлена система, подобная (3) и (4):

$$\begin{cases} g_1 \cdot s_{l1} + g_2 \cdot s_{l2} + \ldots + g_{n-m+1} \cdot s_{l,(n-m+1)} = 0, \\ g_1 \cdot s_{lm} + g_2 \cdot s_{l,(m+1)} + \ldots + g_3 \cdot s_{ln} = 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Как видно из табл., для нормальных векторов одной гиперплоскости будут получаться одни и те же значения отсчетов g. Поэтому в дальнейшем можно находить лишь один нормальный вектор, составлять для него систему (5) и находить решение. В любом случае, можно найти решение, причем векторы, составляющие фундаментальную систему решений, будут коллинеарны вектору, координаты которого есть отсчеты импульсной характеристики.

3. Особенности применения метода

Для нахождения отсчетов импульсной характеристики требуется информация с выхода канала (отсчеты выходного сигнала), а также информация о длительности входного сигнала (T). Для получения отсчетов выходного сигнала необходимо подвергнуть выход канала связи дискретизации. Выбор шага дискретизации (Δt) производится согласно теореме Котельникова [2, с. 122]. Информация о длительности входного сигнала необходима для определения числа интервалов Δt, приходящихся на промежуток времени T. Требуемое число интервалов

$$m = \frac{T}{\Delta t} \; . \qquad (6)$$

В (6) m — число интервалов Δt в T или размерность векторного представления входного сигнала.

Таким образом, нам известны n, m — размерности соответственно выходного и входного сигналов (т. е. сколько отсчетов используется для представления выхода и входа). Известны также значения отсчетов выходного сигнала. Для нахождения отсчетов импульсной характеристики необходимо решить систему (5). Количество отсчетов импульсной характеристики получится равным $n - m + 1$; причем интервал следования отсчетов будет равен Δt.

Вывод

В работе установлена взаимосвязь между координатами плоскости, задающей пространство откликов канала связи, и отсчетами импульсной характеристики канала. Полученная связь не дает однозначного решения, но позволяет определить вид импульсной характеристики. Нахождение адекватной задаче характеристики из множества возможных — дело следующих исследований.

Установленная взаимосвязь справедлива для всех линейных, детерминированных, статических и динамических систем. В дальнейшем предполагается распространить метод на решение задачи идентификации более сложных, например нелинейных и недетерминированных, систем.

Благодарности

Автор выражает благодарность Шапцеву Валерию Алексеевичу, д. т. н., профессору академической кафедры технической кибернетики при ТюмГНГУ за чуткое руководство при проведении исследований, а также за полезные советы и критические замечания по оформлению настоящей статьи.

Литература

1. *Алексеев К. А.* К вопросу восстановления импульсных характеристик датчиков давления и параметрической идентификации // Тр. Всерос. науч. конф. «Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB». М.: ИПУ РАН, 2002. С. 152–169.

2. *Баскаков С. И.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. пособие для вузов по спец. «Радиотехника». 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 2000. 462 с.

3. *Выгодский М. Я.* Справочник по высшей математике. 12-е изд., стереотип. М.: Наука, 1977. 872 с.

4. *Горячев А. А.* Каналы радиосвязи АСУ ТП. М.: Связь, 1980. 104 с.

5. *Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р.* Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука, 1974. 544 с.

6. *Лебедянцев В. В.* Разработка и исследование методов анализа и синтеза инвариантных систем связи: Автореф. дис. … д-ра техн. наук / СибГАТИ. Новосибирск, 1995. 42 с.

7. *Розенфельд Б. А.* Многомерные пространства. М.: Наука, 1966. 648 с.

M. V. Rudenko

ON RECYCLING IMPULSE CHARACTERISTIC OF A LINEAR SYSTEM JUDGING BY REFERENCES OF THE OUTPUT SIGNAL IN ONE SPECIFIC CASE

The existing methods of identifying a model of observed object require data on the input impact and the corresponding output response. Most of these methods are of iterative nature. The method described in this paper uses references of the system's output signal as initial information. As to the information from the system's input, it is limited just by the information on duration of the input signal. The proposed method is not iterative.