

А.А Коновалов

## К ТЕОРИИ ОБОБЩЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ

*Предложен способ выявления количественных связей между наблюдаемыми параметрами природных систем по их нормализованным величинам. Выполнена их оценка. В частности, найдены формулы взаимозависимости температуры и давления переохлажденной воды на поверхности газогидратов, температуры и давления кристаллизации грунтовой влаги, сил смерзания горных пород и температуры, продуктивности и возраста древесных растений и др. Показан преимущественно полиномиальный или степенной характер этих связей, причем численные коэффициенты расчетных формул близки к пропорциям золотого сечения. Предлагаемая методика может служить междисциплинарным средством обобщения и выявления общего в разных природных системах.*

**Природные системы, обобщение, устойчивость, газогидраты, переохлаждение влаги, кристаллизация.**

### Введение

Эффективным способом обобщения экспериментальных данных является их нормализация, т.е. приведение к относительному (безразмерному) виду:

$$\varphi = (x - x_{min}) / (x_{max} - x_{min}), \quad (1)$$

или:

$$\varphi_c = 1 - \varphi = (x - x_{max}) / (x_{min} - x_{max}) \quad (2)$$

где  $x$ ,  $x_{max}$  и  $x_{min}$  — текущее, максимальное и минимальное размерное значение наблюдаемого параметра, причем часто  $x_{min} \approx 0$ ;  $\varphi$  и  $\varphi_c$  — его относительные величины.

С помощью (1) или (2) все множество переменных заключается в наглядно представимый интервал 0...1 или 1...0. Это сокращает объем фактических данных, необходимый для установления количественных связей между ними, позволяет корректно сравнивать разнородные величины и делает решение универсальным для большого класса задач. При этом раскрывается подобие систем разной природы и общие закономерности их развития.

Выражения (1) и (2) широко используются в технических науках, в частности в теплопроводности и механике, при описании процессов и состояний в обобщенных переменных в качестве критерия подобия симплексного типа, представляющего собой отношение параметров одной размерности [12].

Цель исследования — разработать методику обобщения результатов наблюдений за параметрами систем различной природы с использованием формул (1) или (2) и продемонстрировать ее возможности и универсальный характер.

«При изучении наук примеры полезнее правил» (И. Ньютон). В соответствии с этой максимой доказательная база предлагаемой методики в основном опирается на примеры ее реализации и их анализ. Рассмотрен главным образом количественный аспект функционирования систем. Подбор примеров и расчеты выполнены автором по фактическим результатам (в размерном виде), как собственных исследований, так и взятых из литературы. Графический вид связей параметров систем, их аппроксимации и достоверность (коэффициент детерминации)  $R^2$  определены с помощью программы Excel.

### О дихотомии геосистем

Сумма  $\varphi + \varphi_c = 1$ , причем каждое слагаемое может увеличиваться (или уменьшаться) только за счет уменьшения (или увеличения) другого, противоположного. Т.е. это типичная дихотомия, воплощающая в себе закон единства и борьбы противоположностей, что может служить образом (моделью) любой двухкомпонентной системы, к которой, как показывает практика, сводится взаимодействие частиц в любой системе. В большинстве случаев для установления закономерностей развития системы достаточно рассматривать взаимодействие только двух основных, наиболее влиятельных групп. Например: суши и моря (а не отдельных материков и водоемов), древесной и травянистой растительности (а не отдельных растений из их состава), тепла и холода, «левых» и «правых» партий и т.п. Геометрической интерпретацией двухкомпонентной модели является единичный отрезок, состоящий из двух частей: большей — доминанты  $\varphi$  и меньшей — субдоминанты  $\varphi_c = 1 - \varphi$ . Равновесие и максимальная устойчивость модели достигаются при делении отрезка в золотом сечении [3], когда соблюдается пропорция между целым и его частями:

$$1/\varphi = \varphi / (1 - \varphi), \quad (3)$$

откуда:

$$\varphi^2 + \varphi - 1 = 0. \quad (4)$$

Положительный корень квадратного уравнения (4)  $\varphi = -0,5 + (0,25+1)^{0,5} = 0,61803... \approx 0,62$  или его обратная величина  $1,61803... \approx 1,62$  называется золотым сечением (ЗС). Наряду с  $\pi \approx 3,14$  — отношением длины окружности к диаметру и  $e \approx 2,72$  — основанием натуральных логарифмов,  $\varphi$  входит в тройку самых важных и часто употребляемых на практике иррациональных чисел. Причем  $\varphi$  и  $\pi$  связаны непосредственно:  $\varphi = 0,5/\cos(\pi/5)$ .

Это наиболее распространенное соотношение основных компонентов во многих системах мира, обеспечивающее согласованность их взаимодействия (гармонию), устойчивость и длительное существование [15, 16].

Но единичный отрезок делится на части и по множеству ( $q$ ) других сечений [16]. Выражение пропорциональности его частей для общего случая, когда  $0 < q < \infty$ , имеет вид:

$$(1/\varphi)^q = \varphi/(1 - \varphi), \quad (5)$$

откуда:

$$\varphi^{q+1} + \varphi - 1 = \varphi^n + \varphi - 1 = 0, \quad (6)$$

а

$$n = q + 1 = \ln(1 - \varphi)/\ln(\varphi), \quad (7)$$

где  $q$  — количество сечений единичного отрезка,  $n$  — количество частей в этом отрезке.

Для большей убедительности покажем другой способ вывода выражения (6).

Физические системы не полностью заполнены веществом. Часть их емкости остается условно пустой, свободной. Условно — потому что на самом деле в ней обычно содержатся разреженные газы или жидкости, в которых «растворены» (взвешены) мельчайшие частицы твердого вещества. Их размеры, масса и время существования суммарно меньше одной частицы, принятой за элементарную, и не поддаются измерению. Эта внутренняя атмосфера сообщена с внешней, и именно посредством нее осуществляется обмен энергией и массой между системой и внешней средой.

С помощью (1) выразим емкость системы и составляющие ее вещественную и условно свободную части в относительной форме:

$$1 = Y + \chi = Y + X^n, \quad (8)$$

где  $Y$  и  $\chi = X^n$  — свободная и вещественная части емкости,  $n$  — количество элементов (субсистем, компонентов, частиц, ассоциаций прочносвязанных молекул и т.п.) в системе,  $X$  — среднее геометрическое из их числа. Например, в системе из трех элементов: 0,2; 0,3 и 0,5,  $X = (0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,5)^{0,333} = 0,31$ ,  $\chi = 0,31^3 = 0,03$ ,  $Y = 0,97$ .

Формула (8) отражает противостояние  $Y$  и  $\chi = X^n$  — абстракций, под которыми можно понимать любые оппозиции, выраженные в относительном виде: связанную и свободную или кинетическую и потенциальную энергии, энтропию и негэнтропию, недостаточность и избыточность и т.п. При всех  $n$  с увеличением  $X$  величина  $Y$  уменьшается. Существуют точки, в которой они сравниваются:  $Y = X = \phi$ . Очевидно, что в этих точках система устойчиво уравновешена (гармонизирована) с внешней средой и составляющими ее субсистемами и обладает максимальной долговечностью. С учетом  $Y = X = \phi$  формула (8) обращается в (6).

Величина  $n = q + 1$  — количество частиц в системе — отражает уровень доминирования. Значения  $\phi = \phi_n$ , характеризующие соотношение доминанты и субдоминанты, при разных целых  $n \geq 1$ , — обобщенные золотые сечения (ОЗС) [15], приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Значения  $\phi_n$  при разных целых  $n$**

$n$	$\phi_n$	$n$	$\phi_n$	$n$	$\phi_n$	$n$	$\phi_n$	$n$	$\phi_n$	$n$	$\phi_n$
1	0,5	4	0,7245	8	0,8117	11	0,8444	16	0,8773	20	0,8939
2	0,618	5	0,7549	9	0,8243	12	0,8526	17	0,8819	23	0,9034
3	0,682	6	0,778	10	0,8351	14	0,8662	18	0,8862	27	0,9134

Из формулы (6) следует замечательное свойство входящих в нее дробей как частей (фракций) целого: большая часть  $\phi$  единичного отрезка, состоящего из  $n$  частей, в степени  $n$ , равна разнице  $1 - \phi$ . При этом  $n$  может быть любым числом от нуля до бесконечности. Поэтому под ОЗС следует понимать  $\phi_n$  при любых  $n$ , не только целых чисел, но и дробей.

Каждая система представляет собой иерархию подобных друг другу меньших частиц, последовательно входящих в большие (что-то вроде русских матрешек). Величина  $n$  отражает также и мерность системы. При  $n = 0$  системы не существует; это состояние хаоса, когда частицы не связаны друг с другом. При  $n = 1$  формула (6) одномерна; при  $n = 2$  — двухмерна; при  $n = 3$  — трехмерна и т.д. Значение  $n = 2$  наиболее распространенное, видимо потому, что все формообразующие поверхности разлагаются на плоские фрагменты, кроме того, как показано в [9], многокомпонентные системы можно обобщить и с некоторой погрешностью свести к двухкомпонентной системе, представив ее как дихотомию доминантной компоненты и суммы остальных.

В реальных природных системах взаимодействие частиц очень сложно и лишь приближенно следует теории. Поэтому отношение субдоминанты к доминанте хотя и близко к золотым сечениям, но все же отличается от них, отвечая не целым, а дробным  $n$ .

Целые  $n$  соответствуют правильным геометрическим фигурам (линии, плоскости, кубу...); причем, как показывает анализ, они редко превышают 5, а

чаще всего лежат в интервале 1–3. Дробные  $n$  характеризуют фракталы с их сложными, ветвящимися по типу древесной кроны, подобными друг другу формами. Б. Мандельброт, введший понятие *фрактал* в научный оборот, дал ему довольно общее определение: «Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому» [6]. Анализ показывает, что подобием частиц и целого обладают все системы при выражении их параметров через относительные числа  $0 < \varphi < 1$ . И для каждого из них по формуле (8) можно найти уровень, определяемый количеством частиц  $n$ , на котором они приобретают свойства золотого сечения, обеспечивающие на этом уровне согласованное взаимодействие частиц (гармонию), равновесие и устойчивое развитие. Основным и достаточным признаком золотого сечения является равенство  $\varphi + \varphi_c = 1$ .

Систему доминанты и «разветвляющейся» субдоминанты можно трактовать как фрактальное множество, а члены последовательности ОЗС ( $\varphi_n$ ) — как фрактальные размерности или индексы доминирования. Причем  $n = 1$  является центром своеобразной (обратной) симметрии ОЗС в областях  $n < 1$  и  $n > 1$  — значения  $\varphi$ , привязанные к  $1/n$  и к  $n$ , находятся в соотношении [9, 10]:  $\varphi_{0,5} = 1 - \varphi_2 = 1 - 0,62 = 0,38$ ,  $\varphi_{0,33} = 1 - \varphi_3 = 1 - 0,68 = 0,32$ ,  $\varphi_{0,25} = 1 - \varphi_4 = 1 - 0,72 = 0,28$  и т.д.

С увеличением  $n$  растет и количество контактов частиц — границ, являющихся концентраторами напряжений. Это места (экотоны, береговая и снеговая линии, межсезонья — весна и осень, или утро и вечер, границы материковых плит, государств и этносов, фронтир и т.п.) наиболее чувствительны к изменениям внешней среды и в наибольшей степени подвержены деформациям. Т.е. это участки системы, обладающие наименьшей устойчивостью и большей вероятностью развала ее на части и зарождения на их основе новых форм.

### **Об устойчивости, прочности и деформации**

Чем меньше частиц в системе, тем меньше границ между ними, больше прочность их связей и устойчивость. Обратная величина числа частиц в системе  $1/n = Z$ , изменяющаяся от 1 до 0, может служить относительной мерой ее устойчивости. Устойчивости (порядку) противостоит неустойчивость (беспорядок), хаос:  $X = 1 - Z$ . Очевидно, что максимум устойчивости  $Z = 1$  и отсутствие хаоса  $X = 0$  достигается при  $n = 1$ , но в этом случае в подсистеме нет субъектов самоорганизации — свободных частиц. В результате этого утрачивается некая «квазиживая» сила, обеспечивающая способность системы к самоорганизации, под которой понимается согласованное (гармоническое) взаимодействие ее частиц, включающее самовосстановление параметров системы после неразрушительной деформации [9]. В механике аналогом этой силы является упругость, характеризующаяся модулем Юнга, равным напряжению, при котором линейный размер тела увеличивается вдвое [10]. Т.е. для развития нужна определенная доля хаоса, а оптимум достигается при  $X = Z = 0,5$ .

Монотонное линейное увеличение  $n$  можно соотнести с течением времени в жизненном цикле, в начале которого, от  $n = 1$  до  $n = 2$ , жизненная энергия растет, а при  $n > 2$  падает. Соответственно, способность к самоорганизации, жизненная энергия, придающая любой системе сходство с «живой», появляется при  $n > 1$ , достигает максимума при  $n = 2$  (ср. с модулем Юнга) и, соответственно,  $Z = X = 0,5$  и  $\varphi = 0,62$ , а с дальнейшим ростом  $n$  убывает.

Графики зависимости перечисленных параметров от  $n$  показаны на рис. 1. Значения  $\varphi$ ,  $Z$  и  $X$ , изменяющиеся в диапазоне  $0 \dots 1$ , для удобства обозначены одной буквой  $G$ ; горизонталь  $G = 0,5$  — это ось симметрии дихотомий, верти-

каль  $n = 2$  — ось симметрии «жизненного» цикла системы. Кривая —  $\zeta$ , состоящая из двух отрезков: кривой  $X$  при  $n = 1 \dots 2$  и кривой  $Z$  при  $n > 2$ , может служить моделью протекания жизненного цикла системы, включающего два полуцикла: становления ( $X = \zeta$  при  $n = 1 \dots 2$ ) и деградации ( $Z = \zeta$  при  $n > 2$ ), заканчивающейся при  $n = \infty$  полным разрушением. На рис. 1 эта составная кривая выделена жирным шрифтом.

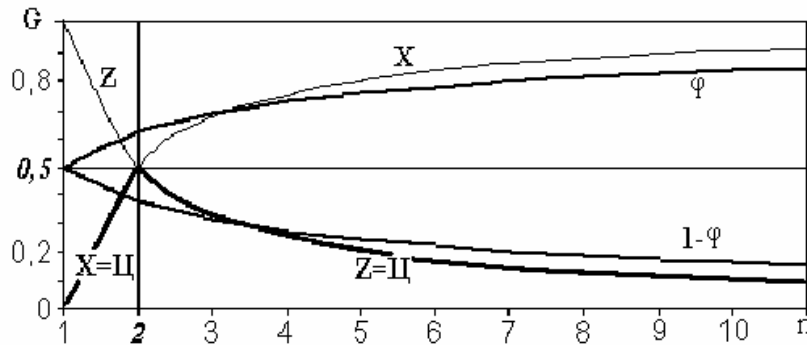


Рис. 1. Зависимость  $G$  ( $\phi$ ,  $1 - \phi$ ,  $Z$ ,  $X$  и  $\zeta$ ) от  $n$

Из рис. 1 следует, что максимально согласованное, гармоничное взаимодействие компонентов системы с наибольшим потенциалом энергии развития («жизненной силы») наблюдается при  $n = 2$ , когда  $Z = X = 0,5$ , а  $\phi = 0,62$ .

Автором обнаружена связь ОЗС (индексов доминирования) с относительной долговечностью твердых тел [8], в частности мерзлых грунтов и льда [7, 9], а через ее посредство с глобальными факторами:

$$(\tau_3 / \tau)^{j_{пл}} = \xi = (P / P_m), \quad (9)$$

где  $P$  — давление на мерзлое тело;  $P_m$  — максимальное давление, которое это тело может выдержать в течение элементарного времени;  $\tau_3$  — минимальный (элементарный) отрезок времени, принимаемый в данном опыте (в пределе  $\tau_3 \approx 10^{-13}$  с — период тепловых колебаний атома);  $\tau$  — долговечность (время до разрушения);  $j_{пл} = 0,083$  — предельная деформация, равная относительному уменьшению объема льда при плавлении, совпадающая с частотой месячных оборотов Земли в годовом цикле ( $1/12 = 0,083$ ;  $30^\circ/360^\circ = 0,083$ ).

В табл. 2 приведены: значения первых одиннадцати ОЗС, относительной долговечности  $\tau / \tau_3$  и прочности  $(\tau_3 / \tau)^{0,083} = \xi$ , рассчитанные по формуле (9). Величины  $\tau / \tau_3$  представлены последовательностью, первый член которой равен 4380, второй в 12 раз меньше — 365, а начиная с третьего:  $365/4 \cdot 1 = 91$ ;  $365/4 \cdot 2 = 46$ ;  $365/4 \cdot 3 = 30$ ;  $365/4 \cdot 4 = 23$  и т.д. Ее инвариантом является  $1/4$  орбиты вращательных циклов Земли, примерно  $90^\circ$ , совпадающая с длительностью основных фаз вращения (весна, лето, осень, зима или утро, день, вечер, ночь). Эти числа совпадают с календарными отрезками года, наиболее часто используемыми на практике: полугодием, кварталом, месяцем и т.п. Например, если принять  $\tau_3 = 1$  час, то эти числа (4380, 365...), до 5-го включительно, примерно соответствуют количеству часов в полугодии, в полумесяце, в полнеделе, в четверти недели и в сутках. При  $\tau_3 = 1$  сутки эти же числа (4380, 365, 91...) соответствуют количеству суток: в 12 (11) годах (это примерно цикл солнечной активности Вольфа), в году, в квартале, в половине квартала и в месяце. Т.е. эти выделенные числа соответствуют с одной стороны последовательности

целых чисел 1, 2, 3, 4..., с другой — последовательности индексов доминирования ( $\varphi_n$ ) при этих целых  $n$ .

Таблица 2

**Значения  $\varphi_n$ ,  $D = \ln(\tau/\tau_0)$  и  $\xi = (\tau_0/\tau)^{0,083} = (P/P_m)$**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\varphi_n$	0,5	0,618	0,682	0,724	0,755	0,778	0,796	0,812	0,824	0,835	0,844
$\tau/\tau_0$	4380	365	91	46	30	23	18	15	13	11	10
$D$	8,38	5,9	4,51	3,83	3,4	3,14	2,89	2,71	2,56	2,4	2,3
$\xi$	0,5	0,613	0,687	0,728	0,753	0,771	0,79	0,800	0,810	0,820	0,846

Как видно из табл. 2, разница между величинами  $\varphi_n$  и  $\xi$  составляет сотые доли процента. Так как границы между частицами тела являются концентраторами напряжений и вакансиями разрушения, то увеличение их числа (увеличение  $n$ ) сопровождается уменьшением прочности  $P/P_m$  и долговечности  $\tau/\tau_0$ , как это и следует из табл. 2. Таким образом, странное на первый взгляд совпадение ОЗС (индексов доминирования) с относительной прочностью мерзлого тела  $\xi = (P/P_m)$  получает вполне материалистическое объяснение.

#### **Проявление ОЗС при описании состояний**

Свойства ОЗС проявляются при оценке как стационарных состояний, так и процессов их установления. Стационарным ОЗС посвящена обширная литература [8–9, 11, 15–17]. В ней речь идет о соотношениях, описываемых простыми полиномами (4), или реже (6), о таких, которые не учитывают постепенность установления наблюдаемых значений параметров. Т.е. значения  $\varphi_n$ , рассчитанные по формулам (4) или (6), характеризуют только предельные (конечные) состояния.

Приведем типичные примеры такого рода.

1. В табл. 3 даны площади воды и суши на Земле [17]. Из нее видно, что распределение воды и суши на обоих полушариях и на Земном шаре в целом подчиняется пропорциям ОЗС. С точностью до процента в Северном полушарии соотношение этих оппозиций отвечает (см. табл. 1) значению  $\varphi_2$ , в Южном —  $\varphi_8$ , на Земле в целом —  $\varphi_4$ .

Таблица 3

**Площадь воды и суши на Земле, млн км<sup>2</sup> и доли единицы (курсив)**

Полушарие	Северное	Южное	Земной шар
Суша	100	49	149
Вода	<i>0,39</i>	<i>0,19</i>	<i>0,29</i>
	155	205	361
	<i>0,61</i>	<i>0,81</i>	<i>0,71</i>
<i>Всего</i>	255	255	510
	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>

2. Вода конденсируется из пара при его остывании ниже 100 °С и переходит в лед при 0 °С. «Путь» до достижения минимальной теплоемкости — плюс 37 °С (отметим, что эта температура близка к температуре тела всех высших животных), при которой активность тепло- и массообмена максимальна, составляет 100 – 37 = 63. Соотношения 63/100 = 0,63 и 37/100 = 0,37 примерно равны константам ЗС.

3. Основными показателями упругих свойств твердых материалов являются модули продольной и поперечной (сдвиговой) деформаций —  $E$  и  $G$ . Их величины связаны со скоростью продольных волн в стержнях —  $v_{пр} = (E/\rho)^{0,5}$  и поперечных (сдвиговых) волн в неограниченной среде  $v_{сд} = (G/\rho)^{0,5}$  (где  $\rho$  —

плотность материала), возникающих при динамических нагрузках и распространяющихся со скоростью звука. Из сравнения этих формул получаем выражение  $G/E = (v_{\text{сд}}/v_{\text{пр}})^2$ , которое по смыслу и величине близко к коэффициенту Пуассона. В сейсмологии упругость земной коры оценивается по скорости продольных и поперечных волн в неограниченной среде —  $v_{\text{пр.н}}$  и  $v_{\text{сд}}$ . В табл. 4 приведены значения  $v_{\text{сд}}$ ,  $v_{\text{пр}}$ ,  $v_{\text{пр.н}}$  для разных материалов [10], а также величины их отношений. Как видим, последние очень близки к пропорциям ОЗС:  $v_{\text{сд}}/v_{\text{пр}}$  и  $G/E$  к  $\phi_2 = 0,62$  и  $1 - \phi_2 = 0,38$ , а  $v_{\text{сд}}/v_{\text{пр.н}}$  к  $\phi_1 = 0,5$ .

Таблица 4

**Соотношения скорости поперечных (сдвиговых) и продольных волн и модулей упругости в твердых телах, а также в Земле на глубинах: 1–33 км, 2–200 и 3–2000 км**

Материал	$v_{\text{сд.н}}$	$v_{\text{пр}}$	$v_{\text{пр.н}}$	$v_{\text{сд.н}}/v_{\text{пр}}$	$G/E$	$v_{\text{сд.н}}/v_{\text{пр.н}}$
Лед	199	328	398	0,61	0,37	0,5
Железо	323	517	585	0,62	0,38	0,55
Медь	226	371	470	0,61	0,37	0,48
Никель	296	479	563	0,62	0,38	0,52
Олово	167	273	332	0,61	0,37	0,5
Цинк	241	381	417	0,63	0,40	0,58
Фарфор	312	488	534	0,64	0,41	0,58
Земля 1	463	—	818	—	—	0,57
Земля 2	463	—	829	—	—	0,56
Земля 3	693	—	1279	—	—	0,54

4. Среднеширотная температура воздуха равна 16 °С [3]; изолиния этой температуры проходит примерно по 35° с.ш., которая делит угловое расстояние между экватором и северным полюсом на две части: 0,39 и 0,61.

5. Пропорция распределения основных статей расхода воды, поступающей на сушу из атмосферы: осадки 73 см, полный сток 26 см, испарение 47 см [18], также близка к величине ЗС:  $47/73 = 0,64$ ;  $26/73 = 0,36$ .

6. Пропорции ОЗС проявляются и в общественно-экономических системах. По данным, приведенным в [2] доля госсобственности в экономике ряда ведущих стран мира составляет: в Италии — 55 %, в Швеции — 62 %, в Китае — 65,8 %, в США — 32 %, в России — 10 %. Эти цифры довольно точно отражают уровень экономического развития этих стран и роль золотого сечения как его показателя. Автор [2] предлагает законодательно установить долю государственного сектора в экономике, равную ЗС = 0,618. Нам представляется, что с учетом колебательного режима экономики достаточным будет не выходить за пределы 0,618...0,382.

**Индексы доминирования (ОЗС) в природных процессах**

Несмотря на обширную литературу, широкое признание и даже популярность феномена ОЗС, особенно ЗС, формулы вида (4) или (6) на самом деле имеют ограниченное применение, поскольку описывают только стационарные (конечные) состояния —  $\phi_n$ , а не весь процесс их достижения.

Автором эмпирически установлено [8, 9], что для описания процесса развития природных систем также подходит полином  $n$ -й степени, но усложненный коэффициентами А и В, отвечающими за изменение параметров:

$$j_y = A \cdot j_x^n + B \cdot j_x, \approx A \cdot j_x^n + (1 - A) \cdot j_x, \quad (10)$$

где  $j_x$  и  $j_y$  — аргумент и функция переменных, выраженных с помощью формул (1) или (2) в относительном виде, изменяющиеся, как и  $\varphi$ , в диапазоне  $0 \dots 1$ .

Для ускоряющихся процессов, развивающихся по вогнутой кривой,  $A \approx \varphi_n$ ; для затухающих, развивающихся по выпуклой кривой,  $A \approx -\varphi_n$ ; в обоих случаях  $B \approx 1 - A$ .

В предельном состоянии, когда  $j_t = j_t = 1$ , формула (10) превращается в формулу (6).

Хорошее совпадение с фактическими данными дает также формула степенного вида с показателем степени  $\varepsilon$ :

$$j_y = j_x \quad (11)$$

У вогнутых кривых  $\varepsilon = 1 + \varphi_n$ , у выпуклых  $\varepsilon = \varphi_n$ .

Степенные формулы типа (11) сводятся к линейным общего вида  $\ln(y) = \varepsilon \ln(x)$ . Поэтому, несмотря на меньшую точность по сравнению с полиномиальными, они удобней для расчетов и экономичней, так как для определения неизвестного  $\varepsilon$  достаточно знать всего одну любую пару соответственных размерных значений  $y$  и  $x$ , тогда  $\varepsilon = \ln(y)/\ln(x)$ .

Таблица 5

**Зависимость  $j_y$  от  $j_x$  в полиномиальных (п) и степенных (с) формулах при  $n$ , равных 0; 2; 7 и  $\infty$  для вогнутых кривых**

$j_x$	$j_{y,п(0)}$	$j_{y,с(0)}$	$j_{y,п(2)}$	$j_{y,с(2)}$	$j_{y,п(7)}$	$j_{y,с(7)}$	$j_{y,п(\infty)}$	$j_{y,с(\infty)}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0,2	0,2	0,1	0,07	0,07	0,06	0,04	0,04
0,4	0,4	0,4	0,25	0,23	0,21	0,19	0,16	0,16
0,6	0,6	0,6	0,45	0,44	0,41	0,4	0,36	0,36
0,8	0,8	0,8	0,7	0,7	0,67	0,67	0,64	0,64
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Сходимость результатов счета по формулам (10) и (11) более актуальна для вогнутых кривых. Это видно из табл. 5, в которой приведены результаты расчетов по этим формулам, представленным нормализованными функциями  $j_y(j_x)$ . Максимальная погрешность степенного приближения наблюдается при  $n = 7$ , она равна 10 %. У выпуклых кривых разница между результатами расчетов по полиномиальным и степенным формулам больше, при  $n = 7$  она равна 22 %. В то же время выражения выпуклых кривых — это обратные выражения вогнутых. И ничто не препятствует выпуклую кривую превратить в вогнутую, поменяв местами оси  $x$  и  $y$  либо нормализовав размерные параметры по формуле (2), а не по формуле (1).

Другими авторами проявление ОЗС в процессах не рассматривалось. Приведем примеры.

1. Газогидраты — льдоподобные образования, широко распространенные в холодных зонах Земли — в толще вечной мерзлоты и под океаническим дном. При понижении давления они разлагаются на газ и воду. Если температура среды  $T < 273$  К, эта вода начинает замерзать, но сначала она должна пройти стадию переохлаждения. Опытным путем найдена количественная связь равновесных (метастабильных) значений температуры и давления переохлажденной воды на поверхности газогидратов [13]. Температура в опытах изменялась от 253,2 до 272,3 К у газогидрата метана и от 264,3 до 272,2 К у газогидрата пропана; давление (Р): от 0,39 до 2,34 МПа у газогидрата метана и от 0,025 до 1,41 МПа у газогидрата пропана. По этим данным с помощью формулы (1) размерные температуры и давления переведены в относитель-



ные  $j_p$  и  $j_m$ . На рис. 2 показана связь между  $j_p$  и  $j_m$ ; значки — фактические  $j_p$  для газогидратов метана-1 и пропана-2; кривая *a* — их аппроксимация вида (10) с  $A = \varphi = 0,8$ . Кривая *б* — расчет по степенной формуле ОЗС вида (11). Обе формулы дают сходные результаты, причем  $\varepsilon = A + 1$ . По формуле (7) определим уровень упорядоченности этой системы (порядковый номер ОЗС):  $n = 7,2$ .

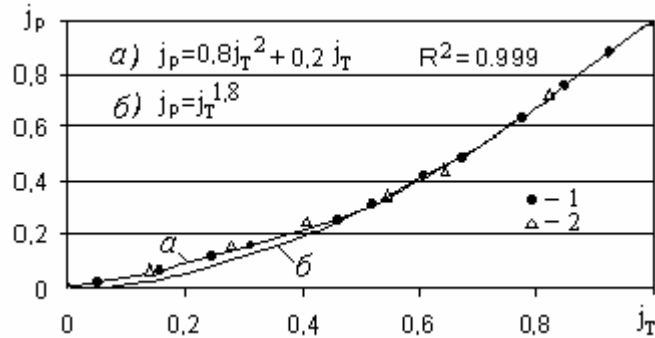


Рис. 2. Зависимость  $j_p$  от  $j_t$

2. На рис. 3 приведены графики хода относительной деформации мерзлой супеси при одноосном сжатии. Исходные данные для его построения — результаты испытаний мерзлой супеси на одноосное сжатие при разных температурах ( $t$ , °C) и давлениях ( $P$ , МПа):  $t = -20$ ,  $P_1 = 6,8$ ,  $P_2 = 6$  [5] — вариант *a*; и  $t = -4,5$ ,  $P_3 = 0,7$ ,  $P_4 = 0,6$  [14] — вариант *б*. В качестве максимума и минимума деформации ( $j_c$ , доли ед.), которые подставлялись в формулу (1), приняты: 1)  $12,5 \cdot 10^{-2}$  и  $7,4 \cdot 10^{-2}$  — при  $P_1 = 6,8$  МПа; 2)  $8 \cdot 10^{-2}$  и  $4,8 \cdot 10^{-2}$  — при  $P_2 = 6$  МПа; 3)  $2,48 \cdot 10^{-3}$  и  $1,9 \cdot 10^{-3}$  — при  $P_3 = 0,7$  МПа; 4)  $1,8 \cdot 10^{-3}$  и  $1,5 \cdot 10^{-3}$  — при  $P_4 = 0,6$  МПа; максимум и минимум времени ( $\tau$ , час) — 12 и 1. Таким образом, все опыты разбиты на четыре серии: 1 и 2 в варианте *a*; 3 и 4 в варианте *б*. Результаты расчетов представлены на рис. 3 в виде графиков хода относительной деформации  $j_c$  в относительном времени  $j_\tau$ . Величины  $j_c$  и  $j_\tau$  рассчитывались по формуле (1). Значки — экспериментальные данные, кривая *a* рассчитана по степенной формуле (11) при  $\varepsilon = 0,62$ , кривая *б* — по полиномиальной формуле (10) при  $A = -0,62$  (ЗС).

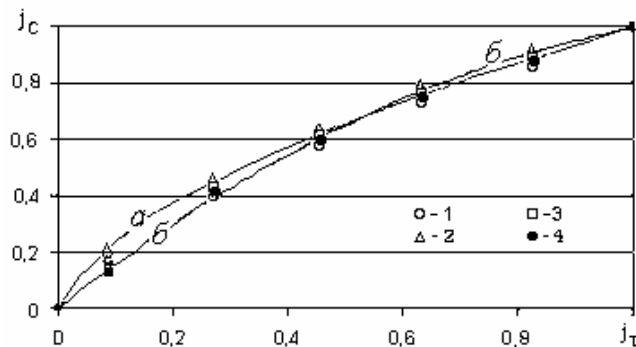


Рис. 3. Ход относительной деформации мерзлой супеси при одноосном сжатии  $j_c$  в относительном времени  $j_\tau$  при разных температурах и давлениях:  
1...4 — обозначения серий опытов

График показывает хорошую сходимость фактических значений  $j_c$  с вычисленными по обеим формулам.

3. В [5] помещен объединенный график зависимости предельно-длительной прочности смерзания глинистых пылеватых грунтов с фундаментом от температуры по результатам экспериментов российских и американских исследователей, выполненных в разных условиях (разные грунты, температуры, материал фундамента, способы его погружения). Диапазоны изменения температуры: 0 ... -6 °С, прочности смерзания: 0 ... 0,3 МПа. Экспериментальные точки на этом графике располагаются достаточно тесно. На рис. 4 приведен график зависимости максимального (-1) и минимального (-2) значений относительной длительной прочности смерзания  $j_{пс}$  от относительной температуры  $j_t$ . Величины  $j_{пс}$  и  $j_t$  вычислены по формуле (1); кривая *a* построена по формуле (11) при  $\varepsilon = 0,62$ , кривая *б* — по формуле (10) при  $A = -0,62$ .

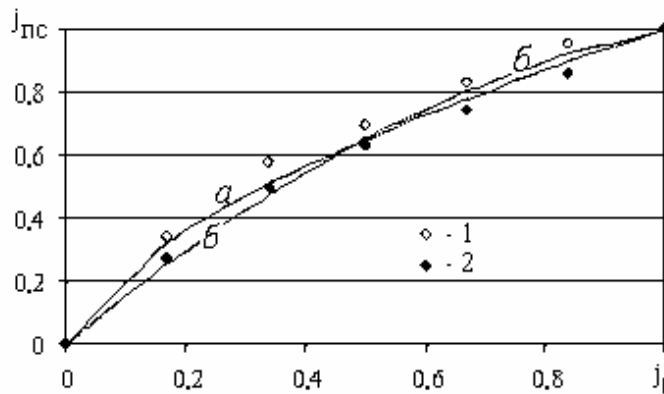


Рис. 4. Зависимость прочности смерзания глинистых грунтов  $j_{пс}$  от температуры  $j_t$  в безразмерном виде

Как видим, безразмерные формулы зависимостей  $j_c$  от  $j_t$  и  $j_{пс}$  от  $j_t$  практически идентичны. Их специфика отражается в размерных величинах этих параметров. В обоих случаях численные коэффициенты формул равны 3С.

4. В [9] показана идентичность зависимости относительной температуры кристаллизации воды  $j_t = t/t_3$  от относительного давления  $j_p = P/P_3$  и концентрации солей в водных растворах  $j_k = K/K_{эв}$ , содержащихся в порых горных пород, где  $t_{3в}$ ,  $P_{3в}$  и  $K_{эв}$  — эвтектические значения температуры, давления и концентрации солей, в данном контексте имеющие смысл максимальных величин в формуле (1). На рис. 5 представлены график и степенная формула этой зависимости.

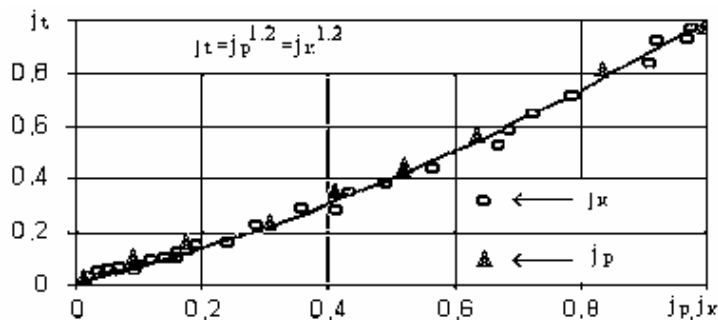


Рис. 5. Зависимость  $j_t$  от  $j_p$  и от  $j_k$

Согласно пояснениям к формулам (10) и (11), показатель степени 1,2 в формуле на графике является членом ряда ОЗС, величина которого  $\varphi = 0,2$ , а зависимость  $j_t$  от  $j_p$  или от  $j_k$  можно записать и в степенном ( $j_t = j_p^{1,2}$ ), и в полиномиальном ( $j_t = 0,2 j_p^2 + 0,8 j_p$ ) виде. Графики этих уравнений практически сливаются

Сравнение графиков на рис. 2 и 5 показывает, что температуры кристаллизации и переохлаждения воды по-разному зависят от давления, первые при его повышении понижаются, вторые — повышаются.

Анализ показал, что предлагаемая методика обобщения данных наблюдений пригодна для различных систем — климатических, биологических, технических и др. [8, 9]. Для подтверждения ее универсальности приведем еще два примера, относящиеся к лесоведению и медицине.

5. В [1] исследована зависимость продукции (Pr) сосняка от возраста ( $\tau$ ) в Приангарье. Размерные максимумы этих параметров: Pr = 8,6 %,  $\tau = 115$  лет, минимумы: Pr = 0,8 %,  $\tau = 15$  лет. Безразмерные значения  $j_\tau$  и  $j_{pr}$  на рис. 5 а рассчитаны по формуле (1), а на рис. 5 б — по формуле (2). При этом выпуклая кривая на рис. 5 а превращается в вогнутую, при описании которой полиномиальная и степенная формулы, как отмечалось выше, дают близкие результаты.

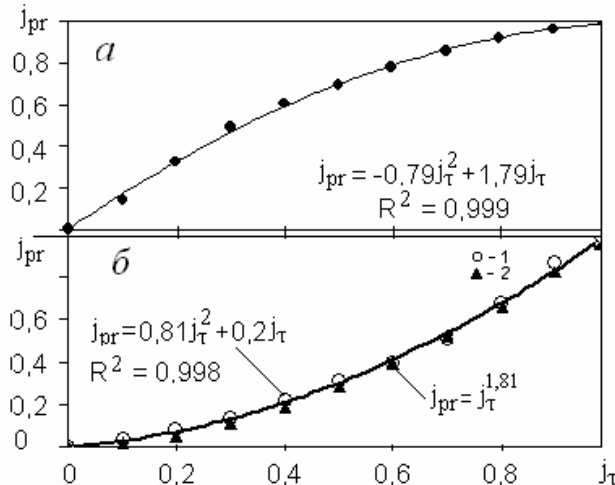


Рис. 6. Графики и формулы зависимости  $j_{pr}$  от  $j_\tau$

6. В [19] исследована зависимость числа заболеваний деменцией (болезнь Альцгеймера) пожилых людей 67–92 лет от возраста. Количество заболевших менялось с возрастом от 3000 до 69000 человеко-лет. Как и раньше, используя эти цифры, по формуле (1) определены относительные числа больных  $j_b$  и возраста  $j_6$ , построен график функции  $j_6(j_b)$  и найдены ее аппроксимации, отвечающие параметрам ОЗС (рис. 7).

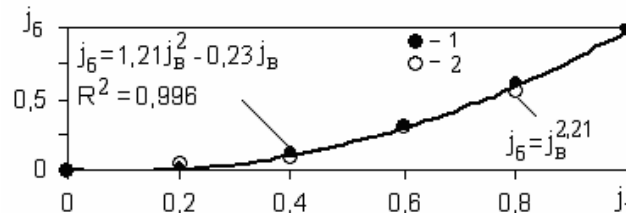


Рис. 7. График зависимости  $j_6$  от  $j_b$  и его полиномиальная (1) и степенная (2) аппроксимации

### Заключение

Формулы взаимосвязей параметров природных систем, выраженных в относительных величинах, в большинстве случаев имеют полиномиальный или степенной вид, а их численные коэффициенты равны константам ОЗС (индексам доминирования). Т.е. можно говорить об универсальности предлагаемых моделей и достаточно общих закономерностях взаимосвязей параметров природных систем разного генезиса, проявляющихся через ОЗС. Приведенные примеры показывают, что предлагаемая методика является хорошим междисциплинарным инструментом для обобщения результатов наблюдений за различными природными системами.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Артемьева А.В.* Оценка продуктивности древостоя / А.В. Артемьева, А.И. Бузыкин и др. // Факторы продуктивности леса. — Новосибирск: Наука, 1989. — С. 129–146.
2. *Бакумцев Н.И.* XVII Межд. научный симпозиум «Перестройка естествознания и экономики». — Санкт-Петербург, 2008 // «Академия Тринитаризма», — М., Эл № 77-6567, публ.14744, 21.03.2008.
3. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. — М.: Наука, 1980. — 975 с.
4. *Будыко М.И.* Климат и жизнь. — М.: Гидрометиздат, 1971. — 475 с.
5. *Вялов С.С.* Реология мерзлых грунтов. — М.: Стройиздат, 2000. — 464 с.
6. *Гелашвили Д.Б.* Основы мультифрактального анализа видовой структуры сообщества / Д.Б. Гелашвили, Д.И. Иудин, Г.С. Розенберг, В.Н. Якимов, Л.А. Солнцев // Успехи современной биологии. — 2008. — Т. 128, № 1. — С. 21–34.
7. *Коновалов А.А.* Охлаждение мерзлых оснований для повышения их прочности. — Красноярск: Изд. Красноярского университета, 1989. — 204 с.
8. *Коновалов А.А.* Золотое сечение как показатель устойчивости взаимосвязей компонентов систем // Современные аспекты математики гармонии и ее применение в экономике, естествознании, технологии, социуме и образовании. — Одесса: Институт креативных технологий, 2011. — С. 257–265.
9. *Коновалов А.А.* Общие закономерности развития экогеосистем (деформационная модель). — Saarbrücken, Germany. Palmarium academic publishing, 2012. — 252 с.
10. *Кошкин Н.И.* Справочник по элементарной физике / Н.И. Кошкин, М.Г. Ширкевич. — М.: Наука, 1974. — 255 с.
11. *Ландшейдт Т.* Космическая функция золотого сечения, 1992 [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: <http://astrologic.ru/library/golden.htm>.
12. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. — М.: Высш. школа, 1967. — 600 с.
13. *Мельников В.П.* Метастабильные состояния газовых гидратов при давлениях ниже давления равновесия лед — гидрат — газ / В.П. Мельников, А.Н. Нестеров, Л.С. Поденко, А.П. Решетников // Криосфера Земли. — 2011. — Т. XV, № 4. — С. 80–83.
14. *Роман Л.Т.* Мерзлые торфяные грунты как основания инженерных сооружений. — Новосибирск: Наука, 1987. — 193 с.
15. *Сороко Э.М.* Структурная гармония систем. — Минск: Наука и техника, 1984. — 265 с.
16. *Стахов А.П.* Введение в алгоритмическую теорию измерения. — М.: Советское радио, 1977. — 288 с.
17. *Тимашев А.Д.* Обобщенное золотое сечение и теория времени, 1996 [Электрон. ресурс]. — Режим доступа: <http://rusnauka.narod.ru/lib/physic/commgold/commgoldf.htm>.
18. *Физико-географический атлас Мира.* — Л.: Гидрометеоздат, 1964. — 275 с.
19. *Bermejo-Pareja F, Benito-León J, Vega S at all* ( 2008). «Incidence and subtypes of dementia in three elderly populations of central Spain». J. Neurol. Sci. 264, p. 63–72.

ИПОС СО РАН  
[konov7@rambler.ru](mailto:konov7@rambler.ru)

A.A. Konovalov

TOWARD A THEORY OF GENERALIZATION PARAMETERS OF NATURAL SYSTEMS

*A method is proposed for the determination of quantitative relationships between observed parameters of natural systems in their normalized values. Completed their evaluation. In particular, formulas of the interdependence of temperature and pressure of supercooled water on the surface of gas hydrates, the temperature and pressure of crystallization of soil moisture, strength freezing of rocks and temperature, productivity, and age of woody plants and other Shows predominantly polynomial or exponential nature of these relationships, with numerical coefficients calculation formulas are close to the proportions of the Golden section. The proposed method can serve as an interdisciplinary tool for summarizing and identifying common in various natural systems.*

**Natural systems, synthesis, stability, hydrates, hypothermia moisture, crystallization.**