

Р.О. Гусейнова

МЕТОД ЛИНЕЙНО – ФАЗЗИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОЯВЛЕНИЯ ПРИЗЕМНОГО ОЗОНА

В данной работе показано, что задача обеспечения условий минимального роста концентрации озона в двух последующих различных по метеорологическим и экологическим характеристикам днях может быть сформулирована в качестве оптимизационной задачи минимизации разницы сгенерированных объемов озона во временном промежутке ΔT_1 первого и ΔT_2 последующего дней, наиболее благоприятных для генерации озона. Теоретически показано, что сформулированная экологическая задача может быть решена методом линейного программирования. Указывается, что некоторые из ограничительных условий, используемых для решения задачи оптимизации, могут быть сформулированы с использованием теории нечетких множеств.

Линейное программирование, приземный озон, оптимизация, концентрация, прогнозирование, фаззи соотношения.

Введение

Хорошо известно, что развитие промышленного производства, процессы урбанизации, широкие масштабы развитого сельского хозяйства приводят к загрязнению воздушного пространства различными токсичными газами. Выбросы в атмосферу различных окислов азота (NO , NO_2), окислов серы и других вредных газов при наличии высокой температуры, солнечного ультрафиолетового излучения и других необходимых условий приводят к появлению смога, что в конечном счете наносит серьезный вред здоровью населения. Одним из самых токсичных газов является озон, динамика дневного изменения которого до конца не изучена.

В настоящей статье рассматриваются вопросы прогнозирования концентрации приземного озона с использованием данных двух последующих дней. Формулируется и решается задача обеспечения условий минимального роста в объеме сгенерированного объема озона в двух последующих, различных по метеорологическим и экологическим характеристикам днях путем составления оптимизационной задачи минимизации разницы сгенерированных объемов озона во временных промежутках ΔT_1 первого и ΔT_2 последующего дня, наиболее благоприятных для генерации озона.

Постановка задачи

В работе [1] было предложено уравнение атмосферной диффузии, которое было модифицировано в [2] и приняло вид

$$\frac{dC}{dt} = -V \cdot \nabla C + \nabla(k \cdot \nabla C) + Q(x, y, z, t) + R(\{C_k\}, T, t) + L(x, y, z, t), \quad (1)$$

где $C(x, y, z, t)$ — концентрация озона; $V = (u, v, w)$ — вектор ветра; $k = \text{diag}(k_x, k_y, k_z)$ — турбулентная диффузия; Q — скорость эмиссии; R — показатель чистой генерации; L — показатель влажного и сухого оседания; t — текущее время.

Если рассматривать случай возникновения озона, то процессами эмиссии и оседания можно пренебречь. Уравнение (1), упрощаясь, принимает следующий вид:

$$\frac{dC}{dt} = R(D_1, D_2, D_3, t), \quad (2)$$

где $D_i; i = \overline{1,3}$ являются основными факторами, приводящими к генерации озона. Здесь D_1 — солнечная УФ-радиация; D_2 — температура воздуха; D_3 — концентрация NO_x в воздухе.

В общем случае функцию $R(D_1, D_2, D_3, t)$ можно представить в виде

$$R(D_1, D_2, D_3, t) = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t_0) + \frac{\partial R}{\partial D_{10}} \cdot (\Delta D_1) + \frac{\partial R}{\partial D_{20}} \cdot (\Delta D_2) + \frac{\partial R}{\partial D_{30}} \cdot (\Delta D_3). \quad (3)$$

При этом справедливы следующие равенства:

В случае $\Delta D_2 = \Delta D_3 = 0$ имеем

$$R(D_1, D_2, D_3, t) = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t) + \frac{\partial R}{\partial D_{10}} \cdot \Delta D_1. \quad (4)$$

В случае $\Delta D_1 = \Delta D_3 = 0$ имеем

$$R(D_1, D_2, D_3, t) = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t) + \frac{\partial R}{\partial D_{20}} \cdot \Delta D_2. \quad (5)$$

В случае $\Delta D_{10} = \Delta D_{20} = 0$ имеем

$$R(D_1, D_2, D_3, t) = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t) + \frac{\partial R}{\partial D_{30}} \cdot \Delta D_{30}. \quad (6)$$

С учетом уравнений (2)–(8) получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dC}{dt} = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t_0) + \frac{\partial R}{\partial D_{10}} \cdot \Delta D_1, \quad (7)$$

$$\frac{dC}{dt} = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t_0) + \frac{\partial R}{\partial D_{20}} \cdot \Delta D_2, \quad (8)$$

$$\frac{dC}{dt} = R(D_{10}, D_{20}, D_{30}, t_0) + \frac{\partial R}{\partial D_{30}} \cdot \Delta D_3. \quad (9)$$

Интегрирование уравнения (7) и применение теоремы о среднем значении для интервала $D_{1,2} - D_{1,1}$ дает

$$C(D_{1,2}) - C(D_{1,1}) = \left. \frac{\partial R}{\partial D_{10}} \right|_{cp} \cdot (D_{1,2} - D_{1,1}). \quad (10)$$

Уравнение (10) запишем в следующем виде:

$$\Delta C(D_{1,1}, D_{1,2}) = \alpha_1 \cdot \Delta D_{1,t}, \quad (11)$$

где

$$\alpha_1 = \left[\frac{\partial R}{\partial D_{10}} \right]_{cp1}.$$

$$\Delta D_{1,t} = D_{1,2} - D_{1,1}.$$

Выбрав на последующий день промежуток $\Delta D_{1,t+1} = D_{1,4} - D_{1,3}$, уравнение (10) запишем как

$$C(D_{1,4}) - C(D_{1,3}) = \left[\frac{\partial R}{\partial D_{10}} \right]_{cp,2} \cdot (D_{1,4} - D_{1,3}). \quad (12)$$

Аналогично (11) имеем

$$\Delta C(D_{1,3}, D_{1,4}) = \alpha_2 \cdot \Delta D_{1,t+1}, \quad (13)$$

где

$$\Delta D_{1,t+1} = D_{1,4} - D_{1,3},$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{\partial R}{\partial D_{10}} \right]_{cp2}. \quad (14)$$

Из выражений (13) и (14) получим

$$\Delta C_{cp1} = \frac{\Delta C(D_{1,2}, D_{1,1}) - \Delta C_1(D_{1,3}, D_{1,4})}{2} = \alpha_1 \Delta D_{1,t} - \alpha_2 \Delta D_{1,t+1}. \quad (15)$$

где $\Delta D_{1,t}$ — разность температур в текущий день; $\Delta D_{1,t+1}$ — разность температур в последующий день.

Последовательно выполнив все операции (12)–(15), для всех остальных факторов D_i можно получить аналогичные выражению (15) уравнения:

$$\Delta C_{cp1} = \alpha_1 \Delta D_{1,t} - \alpha_2 \Delta D_{1,t+1}, \quad (16)$$

$$\Delta C_{cp2} = \alpha_3 \Delta D_{2,t} - \alpha_4 \Delta D_{2,t+1}, \quad (17)$$

$$\Delta C_{cp3} = \alpha_5 \Delta D_{3,t} - \alpha_6 \Delta D_{3,t+1}. \quad (18)$$

Заменив знак равенства в (16)–(18) на знак неравенства, примем условие наличия следующих линейных соотношений:

$$D_{10} = k_1 \cdot T; \quad D_{20} = k_2 \cdot T; \quad D_{30} = k_2 \cdot T. \quad (19)$$

Функционал цели выразим как

$$\Phi = \alpha_7 \cdot \Delta T_{1,t} - \alpha_8 \cdot \Delta T_{2,t+1},$$

где

$$\Phi = \sum_{i=1}^3 C_{cp_i}; \quad \alpha_7 = k_1 \alpha_1 + k_2 \alpha_3 + k_3 \alpha_5; \quad \alpha_8 = k_1 \alpha_2 + k_2 \alpha_4 + k_3 \alpha_6;$$

$\Delta T_{1,t}$ — приращение времени в текущий день; $\Delta T_{2,t+1}$ — приращение времени в последующий день.

При заданных $\Delta T_{1,t}$ и $\Delta T_{2,t+1}$ выражения (16)–(19) являются основой для составления и решения оптимизационной задачи выбора ΔT_1 и ΔT_2 для достижения минимальной величины Φ по методу линейного программирования.

При этом физический смысл проводимой оптимизации заключается в достижении минимальной разницы между генерируемыми количествами озона в дни t и $t+1$ в промежутках времени $\Delta T_{1,t}$ и $\Delta T_{2,t+1}$.

Решение задачи

По результатам работы [3] можно показать, что рассматриваемая задача частично может быть сформулирована и решена с использованием элементов теории нечетких множеств.

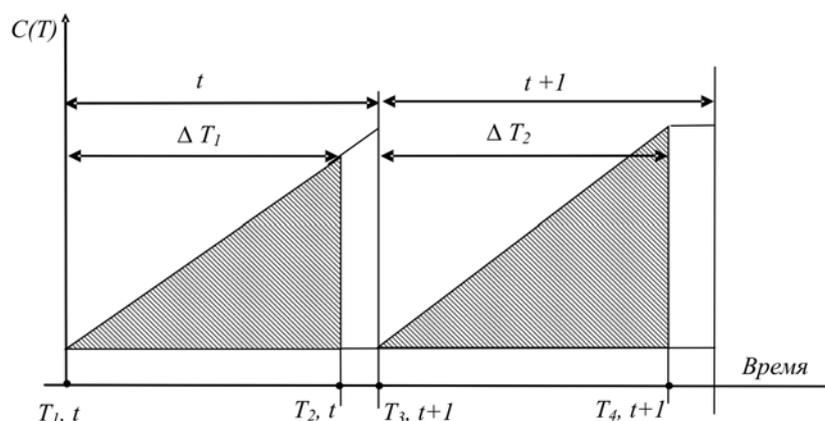


Рис. 1. Порядок выбора интервалов. $\Delta T_{1,t} = T_2 - T_1$; $\Delta T_{2,t+1} = T_4 - T_3$

Как отмечается в работе [3], где в основном рассматривается влияние температуры на процесс генерации озона, типичный дневной ход концентрации озона в различных районах Кьювета (рис. 2) в пределах от 05.00 до 20.00 повторяет кривую, показанную на рис. 1.

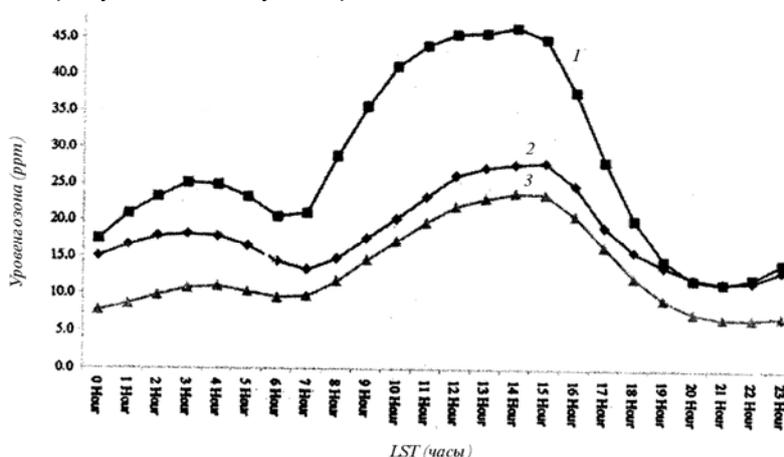


Рис. 2. Изменение концентрации озона в течение суток [3]

Как видно из кривых 1, 2, 3, представленных на рис. 2, во временном промежутке 07.00–11.00 можно считать, что концентрация озона линейно растет во времени. Согласно [3], указанный временной промежуток характеризуется повышением температуры среды.

Увеличение концентрации озона [3] из-за температурного фактора в первом приближении описывается уравнением

$$O_{3,t+1} = \alpha O_{3,t} + \beta T_{t+1} + \gamma T_t, \quad (20)$$

где $O_{3,t}$, $O_{3,t+1}$ — максимальные концентрации озона в текущем и в последующих днях; T_t , T_{t+1} — максимальные значения температуры в указанные дни.

В данном случае формула, приведенная в [3], является аналогом выражения (13).

Нечеткое моделирование параметров α, β, γ осуществлено с использованием модели MISO (много входов, один выход), с помощью набора правил:

$$R^i : \text{if } X \text{ is } A^i \text{ then } y \text{ is } B^i; \quad \forall_i = 1, \dots, M, \quad (21)$$

где $X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$ — заданные результаты наблюдений; $A^i = (A_1^i, A_2^i, \dots, A_p^i)$ — показатели фаззи-модели.

Согласно уравнению (21), если результат наблюдения (измерения) может быть сопоставлен с известной величиной A^i , то для оценки y можно применить правила, которые специфичны в A^i .

Используя процесс фаззи-кластерной классификации, можно осуществить дискриминацию множества точек A^i и создать фаззи-модель. При этом применяются линейные правила Такаги и Сугено (1985):

$$R^i : \text{if } X \text{ is } A^i \text{ then } y^i = C_0^i + \sum_{j=1}^{j=p} C_j^i x_j. \quad (22)$$

Выходной параметр фаззи-модели определяется как

$$y = \frac{\sum_{i=1}^M w_i Y_i}{\sum_{i=1}^M W_i}. \quad (23)$$

Параметры $\{C^i\}$ определяются с использованием метода наименьших квадратов путем минимизации разницы между результатами измерения на выходе и величиной Y .

Таким образом, при решении задачи оптимизации прогнозирования приземного озона методом линейного программирования один или несколько из необходимых ограничительных условий могут быть сформированы на базе положений нечеткой логики.

Общий вид графического решения рассматриваемой задачи линейного программирования показан на рис. 3, где применены следующие обозначения: $a_1 a_2$; $d_1 d_2$; $c_1 c_2$ — линии ограничения, соответствующие неравенствам

$$\Delta C_{cp1} = \beta_1 \cdot \Delta T_{1,t} - \beta_2 \cdot \Delta T_{2,t+1}, \quad (24)$$

$$\Delta C_{cp2} = \beta_3 \cdot \Delta T_{1,t} - \beta_4 \cdot \Delta T_{2,t+1}, \quad (25)$$

$$\Delta C_{cp3} = \beta_5 \cdot \Delta T_{1,t} - \beta_6 \cdot \Delta T_{2,t+1}, \quad (26)$$

где $\beta_1 = k_1 \cdot \alpha_1$; $\beta_2 = k_2 \cdot \alpha_2$; $\beta_3 = k_1 \cdot \alpha_3$; $\beta_4 = k_2 \cdot \alpha_4$; $\beta_5 = k_1 \cdot \alpha_5$; $\beta_6 = k_2 \cdot \alpha_6$.

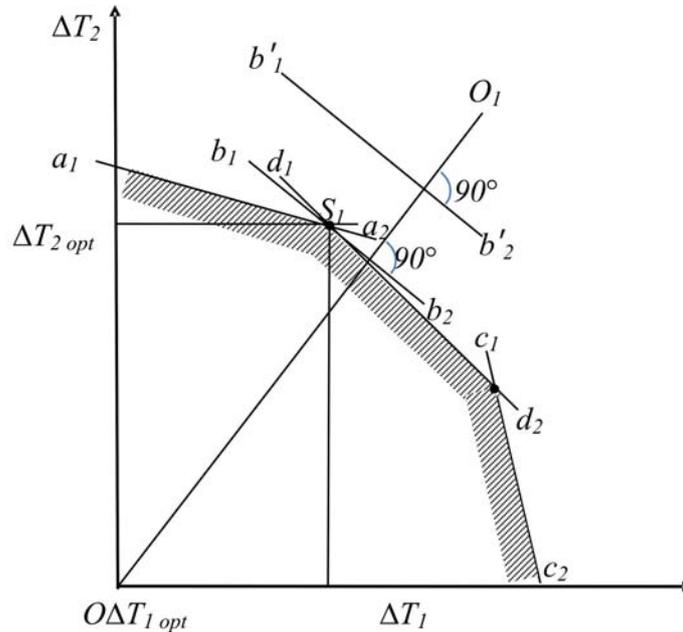


Рис. 3. Графическое решение линейного программирования.

Линия OO_1 формируется на базе функции цели (19) при $\Phi = 0$; линии b_1b_2 и $b'_1b'_2$ являются основанием опорной плоскости; S_1 и S_2 — узловые точки; S_1 — рабочая узловая точка, характеризующая оптимальный режим, при котором функционал цели достигает экстремальное значение. При этом, согласно вышеизложенному, один из ограничительных условий может быть заменен на фаззи-ограничительное условие (20), полученное в работе [3].

Таким образом, показана возможность решения задач прогнозирования появления приземного озона с использованием комбинированных методов оптимизации, включающих как детерминированные, так и фаззи-соотношения, что оправдывает использование такого названия предложенного метода, как «линейно-фаззи-программирование».

Заключение

На основе проведенного исследования можно заключить, что задача обеспечения условий минимального роста концентрации озона в двух последующих различных по метеорологическим и экологическим характеристикам днях может быть сформулирована в качестве оптимизационной задачи минимизации разницы сгенерированных объемов озона во временном промежутке ΔT_1 первого и ΔT_2 последующего дней, наиболее благоприятных для генерации озона. При этом сформулированная экологическая задача может быть решена методом линейного программирования. Сделан вывод о том, что некоторые из ограничительных условий, используемых для решения задачи оптимизации, могут быть сформулированы с использованием теории нечетких множеств.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Seinfeld J.H.* Atmospheric Chemistry and physics of air pollution. John Wiley & Sons, New York, 1986.
2. *Pryer S.C., Steyn D.G.* Hebdomotal and diurnal cycles in ozone time series from the lower Fraser valley // B.C. Atmospheric Environment 29: 1007–1019, 1995.
3. *Al-Shammari E.T.* Public warning systems for forecasting ambient ozone pollution in Kuwait // Environmental Systems Research, 2013, 2:2. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.environmentalsystemsresearch.com/content/2/1/2>.

Huseynova R.O.

THE METHOD OF LINEAR — FUZZY PROGRAMMING FOR SOLUTION OF OPTIMIZATION TASKS ON PREDICTION OF APPEARANCE OF GROUND OZONE

It is shown, that the task of providing of conditions for minimum increase of ozone's concentration during two sequential days featured with different meteorological and ecological characteristics can be formulated as an optimization task on minimization of difference of generated volumes of ozone during the time interval ΔT_1 of the first day and ΔT_2 of the second day, which are most auspicious for generation of ozone. It is proved theoretically, that the formulated ecological task can be solved using the method of linear programming. It is shown, that some limitation conditions used in solution of the optimization task can be formulated using the theory of fuzzy sets.

Linear programming, ground ozone, optimization, concentration, prediction, fuzzy relation.