

М.В. Абрамов, Л.Н. Копылова, О.И. Сергейчик, В.Р. Цибульский

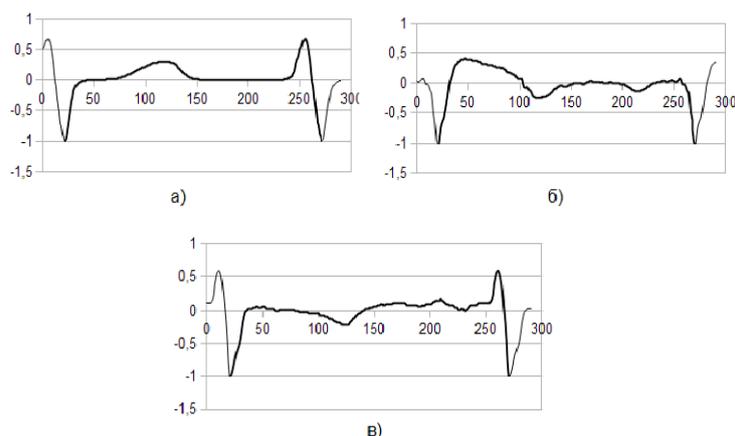
## СТАЦИОНАРНОСТЬ ВРЕМЕННЫХ КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ РЯДОВ НА ОСНОВЕ ЭКГ

Приведена известная методика восстановления передаточной функции частотных характеристик применительно к ЭКГ пациентов. Возможность применения этой методики подтверждена доказательством стационарности.

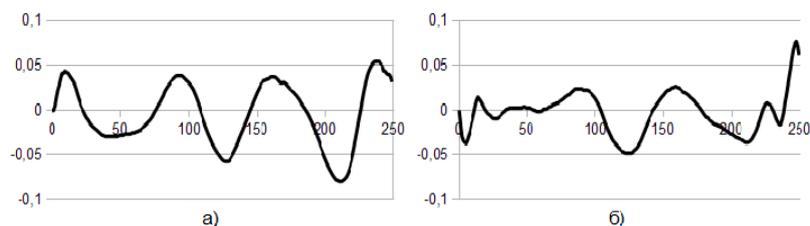
**Стационарность временных кардиологических рядов, моменты случайной величины, ЭКГ.**

В одной из предыдущих статей была предложена авторская методика, позволяющая сравнивать данные ЭКГ в норме и пациентов с заболеваниями [2]. Напомним ее суть на примере двух пациентов — с инфарктом миокарда и тромбоэмболией легочной артерии (ТЭЛА).

Сравнение ведется по отдельным сердечным циклам (рис. 1). На основе одного из свойств свертки численно рассчитывается импульсная переходная характеристика (рис. 2).



**Рис. 1.** Временные кардиологические ряды (ВКР) на основе ЭКГ в отведении V2: а) в норме; б) инфаркт; в) ТЭЛА



**Рис. 2.** Импульсная переходная характеристика: а) инфаркт; б) ТЭЛА

Следующим этапом является получение передаточной функции заболевания, вызвавшего искажение ЭКГ. В статье было предложено реализовать его через спектральные характеристики [3]. На рис. 3 приведены спектры импульсных характеристик для каждого пациента.

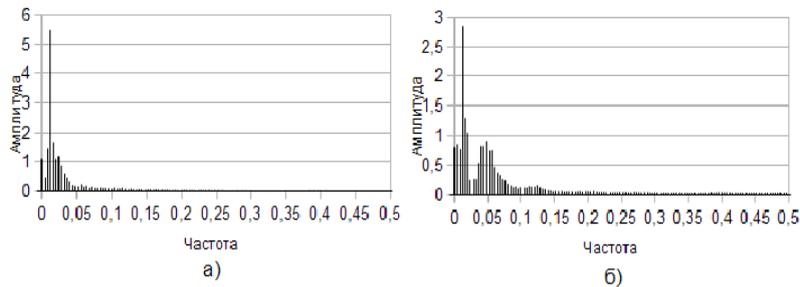


Рис. 3. Спектры импульсных характеристик: а) инфаркт; б) ТЭЛА

Передаточная функция определяется как

$$W(s) = L[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cdot s + b_n \cdot \omega_n}{s^2 + \omega_n^2}, \quad (1)$$

где  $a$ ,  $b$  — коэффициенты ряда Фурье;  $\omega$  — частота.

Для формирования модели были выбраны частоты с наибольшей амплитудой в спектре. Для инфаркта — 7 частот, для ТЭЛА — 8. Интерпретируемые числовые параметры спектров приведены в табл. 1.

Таблица 1

### Коэффициенты рядов Фурье

Инфаркт			ТЭЛА		
$\omega$	$a$	$b$	$\omega$	$a$	$b$
0	-1,0927	0	0	-0,79944	0
0,008	1,29741	-0,66073	0,004	0,36705	-0,76724
0,012	5,46252	-0,44516	0,012	2,73336	0,78644
0,016	-0,78963	1,46237	0,016	-1,16216	0,58486
0,02	0,54817	0,94338	0,02	0,77389	0,70215
0,024	-1,16943	0,15694	0,04	0,2627	0,77866
0,028	-0,84104	-0,19556	0,044	0,15746	0,80586
			0,048	0,095	0,8992

На основании формулы (1) и табл. 1 получим передаточные функции (а — инфаркт, б — ТЭЛА):

$$\frac{3.415s^{13} + 1.261s^{12} + 0.008042s^{11} + 0.002223s^{10} + 6.645 \cdot 10^{-06}s^9 + 1.236 \cdot 10^{-06}s^8 + 2.336 \cdot 10^{-09}s^7}{s^{14} + 0.002224s^{12} + 1.875 \cdot 10^{-06}s^{10} + 7.549 \cdot 10^{-10}s^8 + 1.502 \cdot 10^{-13}s^6} \dots \quad (2a)$$

$$\frac{2.428s^{15} + 3.79s^{14} + 0.0148s^{13} + 0.01982s^{12} + 3.223 \cdot 10^{-05}s^{11} + 3.542 \cdot 10^{-05}s^{10} + 2.967 \cdot 10^{-08}s^9}{s^{16} + 0.006656s^{14} + 1.622 \cdot 10^{-05}s^{12} + 1.755 \cdot 10^{-08}s^{10} + 8.286 \cdot 10^{-12}s^8} \dots \quad (26)$$

Несомненно, приведенные формулы являются громоздкими для восприятия и моделирования. Редуцируем степень данных моделей: инфаркта — до 7-й степени, ТЭЛА — до 8-й:

$$\frac{7.357s^6 - 1.252s^5 + 0.1065s^4 - 0.005386s^3 + 0.000156s^2 - 1.809 \cdot 10^{-6}s - 1.366 \cdot 10^{-8}}{s^7 - 0.2669s^6 + 0.03694s^5 - 0.003354s^4 + 0.0002135s^3 - 9.51 \cdot 10^{-6}s^2 + 2.754 \cdot 10^{-7}s - 4.039 \cdot 10^{-9}} \quad (3a)$$

$$\frac{17.8s^8 - 5.201s^7 + 0.8464s^6 - 0.09499s^5 + 0.007952s^4 - 0.0005105s^3 + 2.49 \cdot 10^{-05}s^2}{s^9 - 0.4075s^8 + 0.08973s^7 - 0.0135s^6 + 0.001501s^5 - 0.0001267s^4 + 8.048 \cdot 10^{-06}s^3 + \dots} \dots \frac{-8.612 \cdot 10^{-07}s + 1.646 \cdot 10^{-08}}{\dots} \frac{-3.686 \cdot 10^{-07}s^2 + 1.091 \cdot 10^{-08}s - 1.542 \cdot 10^{-10}}{\dots} \quad (36)$$

Для проверки корректности редукции приведем переходные характеристики моделей до и после редукции (рис. 4). Из рисунков видно, что переходные процессы в результате редукции практически не изменились. Это позволяет говорить, что редукция проведена корректно.

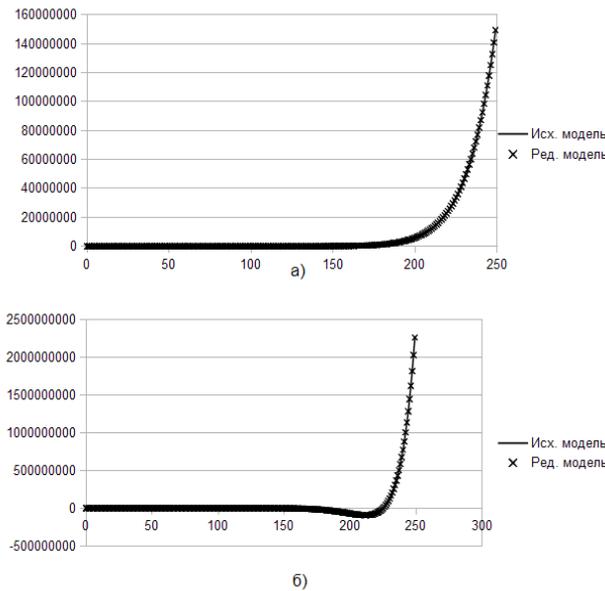


Рис. 4. Переходные характеристики моделей: а) инфаркт; б) ТЭЛА

Важным моментом при переходе от частотных характеристик процесса к передаточным функциям является необходимость стационарности процесса. Для проверки на стационарность ВКР на основе ЭКГ пациентов, имеющих различные патологии, на первом этапе достаточно осуществить проверку на независимость от времени среднего или среднеквадратичного отклонения:

- необходимо разбить реализацию, т.е. ЭКГ одного пациента, на несколько независимых интервалов. На рис. 5 в качестве примера на основании данных одного пациента проиллюстрировано разбиение общей ЭКГ на сердечные циклы;
- вычислить или среднее значение и дисперсию, или среднеквадратичное отклонение для полученных интервалов.

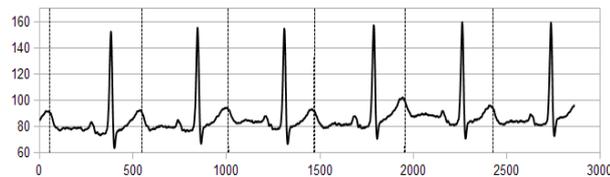


Рис. 5. Пример разбиения ЭКГ на сердечные циклы

Сравнительное постоянство во времени этих оценок может служить основанием для подтверждения гипотезы стационарности. В табл. 2 содержатся такие оценки ЭКГ четырех пациентов различных возрастов и патологий в двух ответвлениях: aVF и V2. Данные приведены в дискретных единицах (600 д.е. времени = 1 с; 50 мВ = 600 д.е. уровня).

Таблица 2

**Характеристики сердечных циклов различных пациентов**

Пациент (отведение)	Интервал	Среднее	Дисперсия	Стандартное отклонение	Время интервала
1 (aVF)	1	81,78	142,01	11,92	493
	2	83,81	152,41	12,35	462
	3	85,68	135,89	11,66	461
	4	86,76	158,73	12,60	484
	5	89,52	134,88	11,61	471
	<b>Среднее</b>	<b>85,51</b>	<b>144,78</b>	<b>12,03</b>	<b>474,2</b>
1 (V2)	1	109,19	282,29	16,80	489
	2	108,85	217,78	14,76	463
	3	108,95	252,43	15,89	464
	4	110,64	341,01	18,47	479
	5	113,51	290,62	17,05	471
	<b>Среднее</b>	<b>110,23</b>	<b>276,83</b>	<b>16,59</b>	<b>473,20</b>
2 (aVF)	1	35,77	147,36	12,14	502
	2	35,62	130,6	11,43	506
	3	35,6	147,03	12,13	514
	4	34,76	142,36	11,93	527
	5	34,48	164,45	12,82	456
	<b>Среднее</b>	<b>35,25</b>	<b>146,36</b>	<b>12,09</b>	<b>501</b>
2 (V2)	1	74,22	144,15	12,01	500
	2	74,22	291,99	17,09	500
	3	81,33	203,37	14,26	515
	4	73,23	229,75	15,16	526
	5	72,96	276,55	16,63	455
	<b>Среднее</b>	<b>75,19</b>	<b>229,17</b>	<b>15,03</b>	<b>499,2</b>
3 (aVF)	1	68,48	201,36	14,19	387
	2	70,22	201,87	14,21	374
	3	70,22	190,54	13,8	367
	4	67,73	186,73	13,67	372
	5	68,7	169,51	13,02	378
	6	66,81	161,39	12,7	382
	7	66,12	159,48	12,63	382
	<b>Среднее</b>	<b>68,33</b>	<b>181,55</b>	<b>13,46</b>	<b>377,43</b>
3 (V2)	1	86,81	203,24	14,26	387
	2	90,16	234,02	15,3	371
	3	89,32	239,38	15,47	367
	4	91,24	232,94	15,26	371
	5	90,23	200,23	14,15	375
	6	88,44	177,11	13,31	382
	7	88,13	185,46	13,62	382
	<b>Среднее</b>	<b>89,19</b>	<b>210,34</b>	<b>14,48</b>	<b>376,43</b>
4 (aVF)	1	67,1	52,74	7,26	486
	2	65,86	48,2	6,94	488
	3	66,83	58,58	7,65	491
	4	64,81	54,86	7,41	485
	5	63,61	53,19	7,29	460
	<b>Среднее</b>	<b>65,64</b>	<b>53,51</b>	<b>7,31</b>	<b>482</b>
4 (V2)	1	175,8	407,86	20,2	486
	2	170,84	575,26	23,98	490
	3	179,02	441,78	21,02	490
	4	177,16	486,86	22,06	482
	5	179,6	508,22	22,54	463
	<b>Среднее</b>	<b>176,49</b>	<b>483,99</b>	<b>21,96</b>	<b>482,2</b>

Анализ табл. 2 говорит о том, что у всех пациентов указанные характеристики сохраняют постоянство во времени на уровне 5–6 %. Это позволяет говорить о стационарности рядов на основе ЭКГ в доверительном интервале, принятом в медицинской статистике.

Для более убедительного доказательства воспользуемся методом инверсий [1]. Составим ряд наблюдений из стандартных отклонений двух пациентов с близкими средними значениями 12,03 и 12,09 (пациенты 1 и 2, отведение aVF). Определим число инверсий  $A_i$ , где  $i = 1, 2, \dots, 9$ .

$$\begin{array}{lll} A_1 = 3 & A_4 = 5 & A_7 = 0 \\ A_2 = 6 & A_5 = 1 & A_8 = 1 \\ A_3 = 2 & A_6 = 3 & A_9 = 0 \end{array}$$

Общее число инверсий  $A = \sum_i A_i = 21$ . Исходя из табл. А.7 [1] для доверительного интервала 0,95 достаточно  $A = 13$ . Следовательно, гипотеза стационарности подтверждается и вышеописанная методика корректна.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 540 с.
2. Абрамов М.В., Сергейчик О.И. Получение передаточной функции кардиологического заболевания методом сравнения ЭКГ больного и ЭКГ без патологий // Вестн. кибернетики. 2009. № 8. С. 67.
3. Цибульский В.Р., Сергейчик О.И., Абрамов М.В. Методы получения передаточной функции на основе частотных характеристик ЭКГ // Вестн. кибернетики. 2008. № 7. С. 79.

*M.V. Abramov, L.N. Kopylova, O.I. Sergejchik, V.R. Tsibulsky*

*Stationarity of time cardiological series basing on ECG*

*The article cites the well-known technique on restoring the transfer function of frequency responses in relation to patients' ECG. A possibility to use this technique has been proved by the evidence of stationarity.*

***Stationarity of time cardiological series, moments of a random value, ECG.***