

И.А. Лыков, Г.П. Быстрой

НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ КЛИМАТА НА ОСНОВЕ ПАЛЕОТЕРМОМЕТРИИ В РАЙОНЕ СТАНЦИИ «ВОСТОК» В АНТАРКТИКЕ

Сделано обобщение результатов применения методов нелинейной динамики в анализе климатических систем по данным гляциологических исследований. Доказана хаотичность экспериментального ряда δD протяженностью 450 000 лет, характеризующего концентрацию дейтерия и связанного с температурой в районе станции «Восток». Обнаружено уменьшение времени забывания начальных условий. На всех интервалах фиксируется наличие странных аттракторов как минимум с двумя зонами притяжения — «теплым» и «холодным» аттракторами, соответствующими большим и малым концентрациям дейтерия. Согласно дополнительному анализу аттракторов нелинейная модель такой климатической системы должна включать как минимум три переменных, выявление которых, тем не менее, является нетривиальной задачей.

Климат, колебания температуры, нелинейная динамика, теория хаоса, теория катастроф, корреляционная функция, фазовый портрет, странный аттрактор, фрактал, корреляционная размерность, минимальная размерность вложения.

Введение

Изучение льда над озером Восток в Антарктиде играет огромную роль в построении сценария естественных изменений климата в ближайшие тысячелетия [1, 2]. При этом само озеро, скрытое под четырехкилометровой толщей льда, является уникальной водной экосистемой, изолированной от земной атмосферы и поверхностной биосферы на протяжении миллионов лет.

В 1998 г. бурение скважины над озером было приостановлено, когда до реликтовых вод озера оставалось около 130 м льда. Тогда международное сообщество попросило не проникать в водный слой водоема до момента появления специальной технологии, сводящей к минимуму его возможное загрязнение. К 2000 г. ученые из ААНИИ и петербургского Горного института создали технологию, исключающую загрязнение озера. В 2006 г., после восьмилетнего перерыва, скважину расконсервировали, и бурение было продолжено. В октябре 2007 г. произошла авария — буровой снаряд застрял в скважине на глубине 3668 м и оторвался от кабеля, извлечь его не удалось. В 2009 г. было принято решение продолжить бурение с глубины 3590 м, отклонив ствол скважины от вертикали. В начале 2011 г. глубина скважины составила 3720 м 47 см [2].

Ученые до сих пор отказываются делать прогнозы о том, что они могут обнаружить в озере. Многие предполагают, что в озере могут обитать бактерии-экстремофилы, приспособившиеся к жизни в условиях полной темноты.

Все поднятые керны прошли тщательную обработку, и по специальной технологии удалось установить зависимость глубины керна от его возраста. Все керны разделили на фрагменты порядка 1 м, из которых были получены данные по основным парниковым газам, таким как CO_2 и CH_4 , а также по содержанию изотопов дейтерия в молекулах льда (молекулы HDO). Профиль температуры поверхности при образовании льда, как результат процессов расслоения, линейно связан с профилем концентрации дейтерия (δD). Линей-

ная связь разности температуры поверхности льда при его наслоении и текущей с концентрацией дейтерия может быть определена согласно работе [1] из следующего выражения: $\Delta T_i = (\Delta\delta D - 8\Delta\delta^{18}O_{SW}) / 9$, где $\Delta\delta^{18}O_{SW}$ — глобальное среднее изменение уровня $\delta^{18}O_{SW}$ в морской воде и 9 ‰ на °C — пространственный градиент для изотопного термометра, полученный из данных по дейтерию в этом секторе восточной Антарктики.

Полученные временные ряды палеоданных, представленные в работе [1], захватывают порядка последних 450 000 лет и позволяют проанализировать изменения климата с помощью современных технологий, в том числе с помощью методов нелинейной динамики [3].

В данной работе авторы представляют некоторое обобщение применения методов нелинейной динамики к анализу полученных палеоданных с помощью специализированного программного продукта [14]. Использование таких методов дает возможность определения общей нелинейности климатической системы оз. Восток и выявления ее сложности на примере одного ряда δD (соответствующего динамике изменения концентрации дейтерия).

Представлены наиболее информативные при анализе климатических данных методы нелинейной динамики и основные информативные хаотические свойства анализируемой климатической системы.

1. Исходный временной ряд δD

Представленный для анализа временной ряд (рис. 1) характеризуется как наличием регулярных режимов, которые проявляются в виде значительных устойчивых периодических пульсаций, так и наличием иногда трудно выявляемых хаотических мелкомасштабных пульсаций.

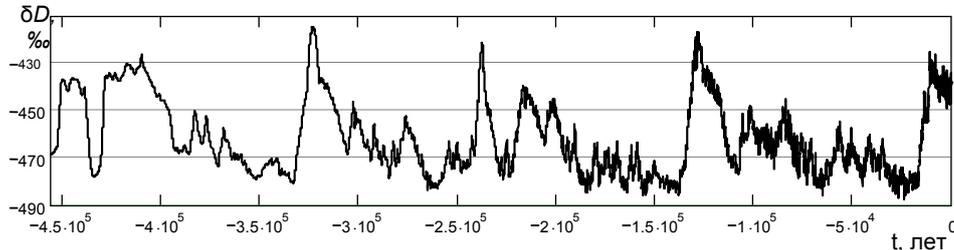


Рис. 1. Восстановленный из гляциологических исследований временной ряд δD за последние 450 000 лет [1]. Минус перед значениями времени означает их предшествование моменту времени выемки первого керна

После проведения предварительного анализа возникла необходимость более детального сравнительного анализа изменения свойств данной климатической системы с течением времени. Для этого исходный временной ряд был условно разбит на три интервала: 1 — от -450 000 до -300 000 лет; 2 — от -300 000 до -150 000 лет; 3 — от -150 000 до 0 лет. В дальнейшем определение всех свойств производилось именно на данных этих трех интервалов.

2. Метод псевдофазовых и фазовых портретов.

Странный климатический аттрактор

Фазовым портретом называют зависимость одной фазовой координаты от другой, например зависимость скорости изменения величины от самой величины. Такой фазовый портрет для гармонических колебаний представляет

собой эллипс. При анализе фазовых портретов были получены следующие типичные зависимости — странно-периодические аттракторы с хаотической динамикой, представленные на рис. 2а–в.

Качественной характеристикой нелинейной динамики временных рядов x_n являются псевдофазовые портреты [3, 4], представляющие зависимости каждого последующего значения ряда от предыдущего $x_{n+\Delta} = f(x_n)$; с каждым шагом расчета n зависимость становится более размытой, хотя по-прежнему детерминированной, и детерминированной достаточно сложно.

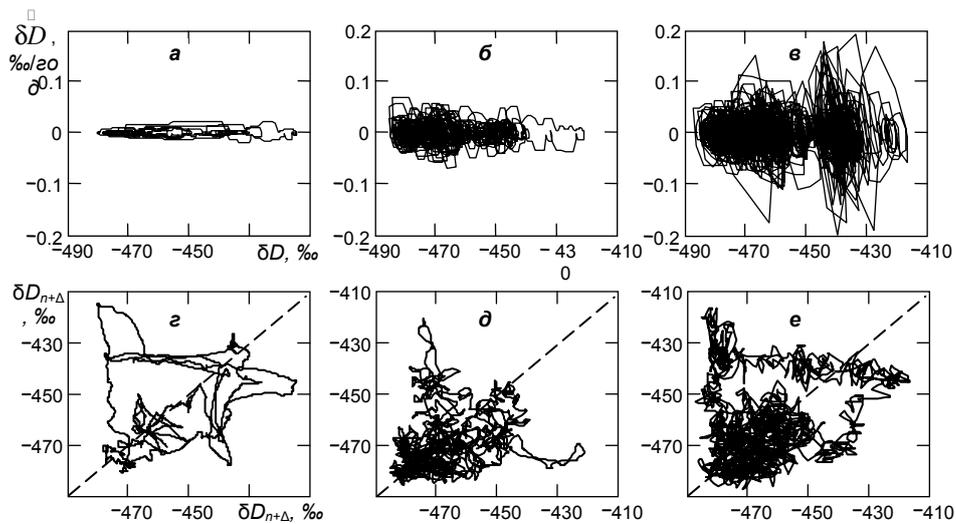


Рис. 2. Фазовые (а–в) и псевдофазовые (з–е) портреты временного ряда δD на интервалах 1–3 соответственно. На фазовых портретах выделяется наличие двух аттракторов (особенно на последнем интервале — в). $\Delta = 10\,000$ лет. Для псевдофазовых портретов выделена линия абсолютной корреляции

Характерной особенностью фазовых портретов хаотической системы, представленных на рис. 2з–е, является наличие странного аттрактора — притягивающего множества для траектории движения системы, имеющего дробную фрактальную размерность. Эта особенность является признаком нелинейности рассматриваемой климатической системы.

Псевдофазовые и фазовые портреты использовались для получения странных аттракторов, анализ фрактальных характеристик которых приводится далее.

3. Функция распределения и восстановление потенциала нелинейной климатической системы

При наличии малых флуктуаций нелинейная система описывается нормированной вероятностной функцией распределения g , связанной с потенциальной функцией системы F посредством уравнения Фоккера — Планка [5–7]:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \nabla(g\nabla F) + \nabla^2(Dg), \quad (1)$$

где D — коэффициент диффузии. Потенциальная функция позволяет определить точки устойчивых и неустойчивых равновесий нелинейной системы, свя-

занных с элементарными катастрофами. Правая часть уравнения состоит из двух членов — «дрейфа» и «диффузии». Дрейф заставляет функцию распределения двигаться по направлению к ближайшему локальному минимуму [7]. Роль диффузии двояка: она описывает размах функции распределения, которая концентрируется вокруг локального минимума, и вероятность, с которой флуктуация может перевести систему из метастабильного (локального) минимума в глобальный минимум. Если флуктуаций нет, то диффузия от локального к глобальному минимуму отсутствует.

По известной реализации — временному ряду, порожденному нелинейной климатической системой, можно получить вероятностную функцию распределения (плотность вероятности) на основе хаотического поведения временного ряда. Исходя из предположения его эргодичности вероятностная функция распределения считается независимой от времени (постоянной). Это позволяет для данной единственной, но достаточно длинной реализации δD заменить усреднение по ансамблю усреднением по времени. Тогда становится возможным восстановление вероятностной функции распределения $g(x)$.

Для этого диапазон значений временного ряда разбивается на множество интервалов, количество которых, однако, должно быть значительно меньше количества выборок значений δD . Для каждого диапазона производится определение значения функции плотности вероятности, нормированной на 1, исходя из его ширины и количества значений выборок δD , попавших в этот диапазон. Это метод стохастического анализа нелинейных хаотических систем по временному ряду.

Вид вероятностной функции распределения для каждого из трех интервалов приведен на рис. 3.

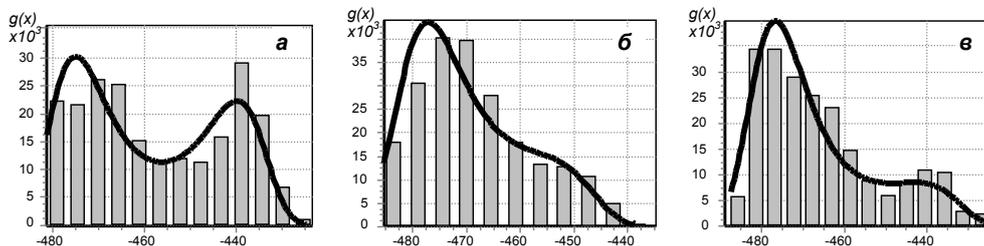


Рис. 3. Функция плотности вероятности для δD : а — на интервале -450 – -300; б — -300 – -150; в — -150 – 0 тыс. лет. Линией обозначены аппроксимации $g(x)$, соответствующие аппроксимациям потенциала $F(x)/D$ полиномами 4-й степени (см. рис. 4а–в)

Как следует из рис. 3, характерной особенностью данной климатической системы является наличие двух зон притяжения аттрактора: «холодной», соответствующей меньшим значениям δD , следовательно, и температуры; и «теплой» — в области больших значений δD .

По известной вероятностной функции распределения $g(x)$ возможно восстановление нормированной на коэффициент диффузии функции потенциала $F(x)/D$ по решению уравнения Фоккера — Планка (1) в стационарном случае [4]:

$$0 = \nabla(g\nabla F) + \nabla^2(Dg),$$

тогда

$$g(x) = g_0 \cdot e^{-F(x)/D}.$$

Отсюда следует выражение для потенциала:

$$F(x)/D = -\ln(g(x)/g_0). \quad (2)$$

Аппроксимация потенциальной функции $F(x)$ в (2) возможна полиномом n степени, что соответствует элементарным катастрофам (складки, сборки, «ласточкин хвост» и т.п.) [8]. В данном случае авторы ограничились катастрофой сборки (рис. 5) из-за наличия двух хорошо различимых минимумов («холодной» и «теплой» зон притяжения данного климатического аттрактора).

Следует отметить, что метод применим для анализа нелинейных систем по достаточно длинным временным рядам (реализациям). При его применении (в предположении эргодичности процессов, протекающих в исследуемой системе) становится возможным определение количества и типа точек равновесия нелинейных систем, а также определение времен релаксации к локальному и глобальному минимумам.

4. Автокорреляционная функция

На основе многомерного псевдофазового вектора $X(t) = \{x(t), x(t + \tau), x(t + 2\tau), \dots\}$ возможно восстановление многомерного псевдофазового пространства со странным аттрактором. При этом топологические характеристики такого аттрактора по теореме Такенса [9] (в том числе значения фрактальной и других размерностей) будут соответствовать реальному исследуемому климатическому аттрактору. Для этого необходимо определение времени потери корреляции, которое обозначим как τ , между временным рядом с временным сдвигом и исходным временным рядом. Основным методом определения времени потери корреляции является нахождение первого минимума автокорреляционной функции, нормированной на максимальное значение исходя из предположения о наличии точки максимальной корреляции. График автокорреляционной функции авторами не приводится ввиду его малой информативности для нелинейных систем с хаотическим поведением. Значения времени потери корреляции по данному методу указаны на рис. 5.

5. Минимальная размерность вложения

Минимальная размерность вложения показывает число степеней свободы (или число независимых переменных) нелинейной системы. Определение минимальной размерности вложения является одним из наиболее информативных методов нелинейной динамики применительно к анализу климатических систем. Значение минимальной размерности вложения позволяет не только оценить сложность странного климатического аттрактора, но и определить минимальный набор существенных для такой климатической системы переменных. Данный метод тесно связан с понятием корреляционной размерности.

Корреляционная размерность (D_2). Покажем, какой физический смысл имеет обобщенная размерность D_2 . Для нее справедливо следующее выражение:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2}{\ln \varepsilon}. \quad (3)$$

Величина p_i в выражении (3) согласно своему определению, представляет собой вероятность попадания точки в i -ю ячейку с размером ε . Следовательно, величина p_i^2 представляет собой вероятность попадания в эту ячейку двух точек. Суммируя по всем занятым ячейкам, мы получаем вероятность того, что две произвольно выбранные точки из множества лежат внутри одной ячейки размером ε .

Следовательно, расстояние между этими точками будет меньше или порядка ε . Определим парный обобщенный корреляционный интеграл как

$$C(\varepsilon, d) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum \theta(\varepsilon_d - |\vec{X}_n^d - \vec{X}_m^d|), \quad (4)$$

где суммирование производится по всем парам точек множества A с обобщенными d -мерными векторами \vec{X}_n^d и \vec{X}_m^d ; $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хэвисайда, $\theta(x) = 1$, если $x \geq 0$ и $\theta(x) = 0$, если $x < 0$. Сумма в выражении, записанном выше, определяет число пар точек n, m , для которых расстояние между ними меньше, чем ε . Таким образом, с точностью до численных коэффициентов получаем

$$C(\varepsilon, d) \approx \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^2 \approx \varepsilon_d^{D_2}.$$

Таким образом, обобщенная размерность D_2 определяет зависимость корреляционного интеграла $C(\varepsilon, d)$ в пределе при $\varepsilon_d \rightarrow 0$. По этой причине величину D_2 обычно называют *корреляционной размерностью*, и она служит характеристикой сложности корреляционной структуры аттрактора.

Численно определение D_2 производилось исходя из выражения

$$\ln(C(\varepsilon, d)) = D_2 \ln(\varepsilon_d) + \text{const} \quad (5)$$

по наклону функции $C(\varepsilon, d)$ в двойном логарифмическом масштабе. Размер ячейки ε менялся по закону

$$\varepsilon_d(h) = \varepsilon_{\min} \cdot \exp\left(\frac{h(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min})}{h_{\max}}\right),$$

где ε_{\min} — начальный размер ячейки, ε_{\max} — конечный размер ячейки, h_{\max} — параметр, отвечающий за разрешение (количество точек на графике) функции $C(\varepsilon)$.

Определение размерности вложения. Определив наклоны для каждой кривой, определяем по выражению (5) величину D_2 . Зависимость последней от размерности псевдофазового пространства d определяет минимальную размерность вложения по насыщению D_2 от размерности псевдофазового пространства d . График зависимости корреляционной размерности D_2 от размерности пространства вложения d для трех исследуемых интервалов временного ряда δD приведен на рис. 4.

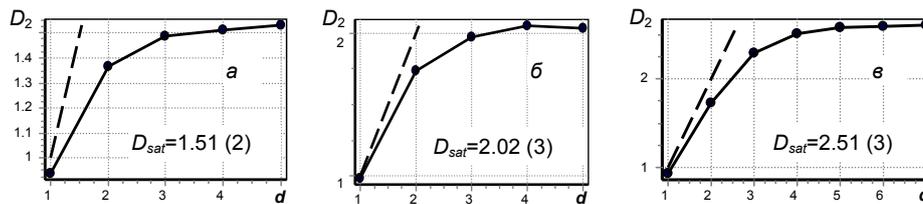


Рис. 4. Зависимость размерности D_2 от числа фазовых переменных d для исследуемого климатического аттрактора по ряду δD : а — на интервале $-450 - -300$; б — $-300 - -150$; в — $-150 - 0$ тыс. лет — и для сигнала, соответствующего белому шуму [10]. Приведено значение насыщения величины D_2 и в скобках — значение минимальной размерности вложения, по которому выявляется нарастание хаотичности с течением времени

Это означает, что для описания данного аттрактора системой нелинейных дифференциальных уравнений нам потребовалось бы как минимум $4 + 1$ уравнение (четыре — с независимыми переменными и одно — со связанной

переменной). Претендентами на роль этих переменных выступают концентрации дейтерия, метана и углекислого газа. Вполне возможно, что температура является связанной с перечисленными выше переменными.

6. Модернизированный метод Хёрста

Классический метод Хёрста, называемый также методом нормированного размаха [11] или R/S методом [13], применяется для анализа временных рядов и заключается в установлении временной зависимости нормированного размаха (R/S) от длины интервала.

Одна из рассмотренных Хёрстом задач заключалась в определении оптимального объема резервуара (водохранилища) с целью обеспечения бесперебойной постоянной подачи воды для орошения в течение нескольких лет при меняющемся естественном притоке в водохранилище. Для имеющегося временного ряда втекающего в водохранилище водного потока $\xi(t)$ Хёрст вычислял среднее значение $\langle \xi(t) \rangle_\tau$, которое будет потребляться непрерывно для орошения:

$$\langle \xi(t) \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \cdot \sum_{t=1}^{\tau} \xi(t),$$

где $\langle \xi(t) \rangle_\tau$ — средний объем потребляемой воды на интервале времени τ , на котором требуется бесперебойная подача воды; t — текущее время; $\xi(t)$ — значение водного потока в данный момент. Затем он рассчитывал зависимость накопленного отклонения $X(t, \tau)$ от среднего значения $\langle \xi(t) \rangle_\tau$ на интервале накопления τ :

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t \{ \xi(u) - \langle \xi(t) \rangle_\tau \},$$

где $X(t, \tau)$ — накопленный объем воды в водохранилище, накопление которого происходит при превышении втекающего в водохранилище водного потока над потребляемым.

По накопленному объему воды вычисляется функция абсолютного размаха R как разность между максимально и минимально накопленным объемом воды:

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau).$$

Следует отметить, что размах зависит от времени накопления τ таким образом, что он может расти с увеличением τ . Для перехода к безразмерным переменным Хёрст нормировал R на стандартное отклонение S исходного временного ряда $\xi(t)$:

$$S(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \cdot \sum_{t=1}^{\tau} \{ \xi(t) - \langle \xi(t) \rangle_\tau \}^2}.$$

Он рассчитал зависимость разности максимального и минимального уровней в водохранилище (R — размах) при постоянном оптимальном стоке, нормированного на среднеквадратичное отклонение S , от периода времени, требуемого для обеспечения бесперебойной подачи воды.

Оказалось, что эта зависимость имела степенной характер с некоторой постоянной степенью, которую сегодня называют показателем Хёрста. Это происходит, так как сток реки зависит не только от недавних осадков, но и от более ранних дождей. Поток воды в крупных системах рек должен зависеть от содержания воды на обширных природных территориях со сложной геометрией. В природных системах такая геометрия связана с понятием фрактала.

Хёрст по результатам исследования многих природных процессов установил эмпирическую связь между нормированным размахом R/S и длиной интервала τ через показатель H [11]:

$$R/S \sim (\tau/2)^H, \quad (6)$$

Из (6) следует что показатель Херста в классической теории фракталов равен:

$$H = \frac{\ln(R(\tau)/S(\tau))}{\ln \tau - \ln 2},$$

где H может принимать значения от 0 до 1. Это наблюдение Хёрста интересно потому, что, если отсутствует долговременная статистическая зависимость (случайный ряд), данное отношение должно асимптотически стремиться к $\tau^{1/2}$ ($H = 0.5$) при стремлении длины выборки к бесконечности. Значения же $H > 0.5$ характеризуют сохранение тенденции ряда к росту или убыванию, как в прошлом, так и в будущем (персистентное поведение — сохранение структуры). Если $H < 0.5$ — это означает склонность ряда к смене тенденции (смена одной простой структуры на другую): рост сменяется убыванием и наоборот. Все эти свойства, как уже отмечалось выше, справедливы для достаточно длинных временных рядов.

Знак пропорциональности в выражении (6) связан с тем, что размерность левой и правой части не совпадают. Покажем это на примере оз. Альберт [11].

Хёрст рассматривал исходные временные ряды стока реки $\xi(t)$, имеющие размерность $[\xi(t)] = \text{м}^3/\text{год}$ на интервалах времени τ с размерностью $[\tau] = \text{год}$. Размерность накопленного отклонения, таким образом: $[X(t, \tau)] = [\xi(t)] \cdot [\tau] = \text{м}^3$. Размах R имеет размерность $X(t, \tau)$: $[R(\tau)] = [X(t, \tau)] = \text{м}^3$. Размерность среднеквадратичного отклонения S : $[S(\tau)] = ([\tau]^{-1} \cdot [\xi(t)]^2 \cdot [\tau])^{0.5} = [\xi(t)] = \text{м}^3/\text{год}$. В этом случае размерность $[R/S] = [\tau] = \text{год}$. Выражение (6) для подстановки знака точного равенства требует введения размерного коэффициента A . Такой коэффициент призван обеспечить совпадение размерностей в левой и правой частях выражения (6):

$$R/S = A \cdot (\tau)^H. \quad (7)$$

В этом случае $[R/S] = [A] \cdot [\tau]^H$. Рассмотрим предельный случай единичного интервала $\tau = 1$ и выясним физический смысл коэффициента A в равенстве (7): $A = (R/S)_{\tau=1} \equiv (R/S)_0$ — функция нормированного размаха на единичном временном интервале при любых H . Размерность $[(R/S)_0] = [R(1)/S(1)] \cdot [\tau]^{-H} = [\tau]^{-H}$. Если использовать связь фрактальной размерности временного ряда D и показателя Хёрста H [12]: $D = 2 - H$, то $[(R/S)_0] = [\tau]^{D-1}$, следовательно, данный параметр, являясь функцией нормированного размаха на единичном временном интервале, характеризует также дополнительную временную размерность временного ряда.

При $D = 1$ исходный временной ряд имеет собственную размерность $[\xi(t)]$ и может аппроксимироваться простой кривой. При $D \rightarrow 2$ у данного временного ряда появляется дополнительная размерность $[\tau]$, и временной ряд стремится занять все предоставленное ему двумерное пространство с размерностями $[\xi(t)]$ и $[\tau]$.

Модернизированный метод Хёрста [3, 4, 12] заключается в предположении зависимости H^* от временного интервала:

$$H^*(\tau_k) = \frac{\ln(R(\tau_{k+1})/S(\tau_{k+1})) - \ln(R(\tau_k)/S(\tau_k)) - \ln(A)}{\ln(\tau_{k+1}) - \ln(\tau_k)}. \quad (8)$$

На основе функции R/S , таким образом, может быть получена зависимость показателя Хёрста H от временного масштаба τ (рис. 5а–е).

Классификация рядов. Анализ поведения функции $H^*(\tau)$, которую дальше будем называть *характеристической функцией*, позволяет по постоянству H^* классифицировать ряд как фрактальный или нефрактальный [6]. Если $H^* = \text{const}$, т.е. не зависит от τ , и при этом $H^* \neq 0,5$, то ряд можно считать статистически фрактальным с фрактальной размерностью $D = 2 - H^*$.

Если $H^* = 0,5$ — ряд случаен, его фрактальная размерность имеет значение $D = 1,5$, а корреляционная функция, так же как и у фрактального ряда, не зависит от времени и равна 0. То есть при $H^* = \text{const}$ справедливо выражение для фрактальной размерности D .

Если же функция $H^*(\tau)$ испытывает скачок при каком-либо значении τ^* — это означает, что существует некоторый характерный временной масштаб изменения фрактальной размерности D . При этом для периодических функций будет наблюдаться переход от $H^* > 0,5$ к $H^* < 0,5$. Для рядов с локальной антиперсистентностью и глобальным поддержанием тенденции характеристическая функция будет испытывать обратный скачок. В этом случае можно выделить характерное время смены тенденции τ^* , при котором и произошел скачок.

Таким образом, по поведению характеристической функции можно классифицировать временные ряды как статистически фрактальные, случайные, периодические и выделить еще один тип с глобальной персистентностью, который характерен для функций роста или убывания.

Авторами предлагается новый метод оценки времени забывания начальных условий в нелинейной системе по временному ряду, заключающийся в определении излома R/S функции Хёрста. Когда функция показателя Хёрста $H(\tau)$ испытывает скачок (что соответствует излому наклона функции R/S) при каком-либо значении t_s (рис. 5а–е) — это означает, что существует некоторый характерный временной масштаб изменения структуры изучаемой климатической системы. Следует отметить, что t_s является и максимальным временем достоверного прогнозирования. При попытке построения прогноза на интервалы, превышающие t_s , согласно выражению связи корреляционной функции C с показателем Хёрста H ($C(\tau) = 2^{2H(\tau)-1} - 1$) теряется корреляция между прогнозируемыми значениями и исходными значениями, которые помогают восстановить прогнозируемую траекторию, — прогноз становится недостоверным.

После определения функции R/S на каждом временном интервале (1, 2, 3) определялась зависимость показателя Хёрста H от временного масштаба τ , приведенная на рис. 5а–е.

Обсуждение результатов

На рис. 5 представлены основные информативные нелинейные и хаотические свойства временного ряда δD , наиболее близкого и линейно зависимо от температуры. На графиках потенциальной функции (рис. 4а–в), аппроксимированной полиномом 4-й степени, что соответствует катастрофе сборки, можно выделить два минимума, соответствующих двум зонам притяжения — холодной и теплой. На начальном и конечном интервалах (рис. 4а, в) обе зоны

устойчивы, однако на втором интервале (рис. 4б) наблюдается некоторое вырождение зоны теплого аттрактора и глобализация минимума холодной зоны, что может являться неким переходным процессом при изменении свойств климата в зоне оз. Восток. Глобальность минимума холодной зоны сохраняется впоследствии и на третьем интервале. Время забывания начальных условий, определенное по модернизированному методу Хёрста, непрерывно уменьшается от периода к периоду, стремясь к очень малым значениям порядка 500 лет. Таким же образом непрерывно растет минимальная размерность вложения, что является сильным признаком роста не только хаотичности, но и возрастанием сложности климатической системы. Если на первом интервале в системе можно было выделить лишь две независимых (существенных) переменных, т.е. у системы было максимум две степени свободы, на втором и третьем интервалах число независимых переменных возрастает до трех, что означает соответствующий рост степеней свободы в климатической системе оз. Восток.

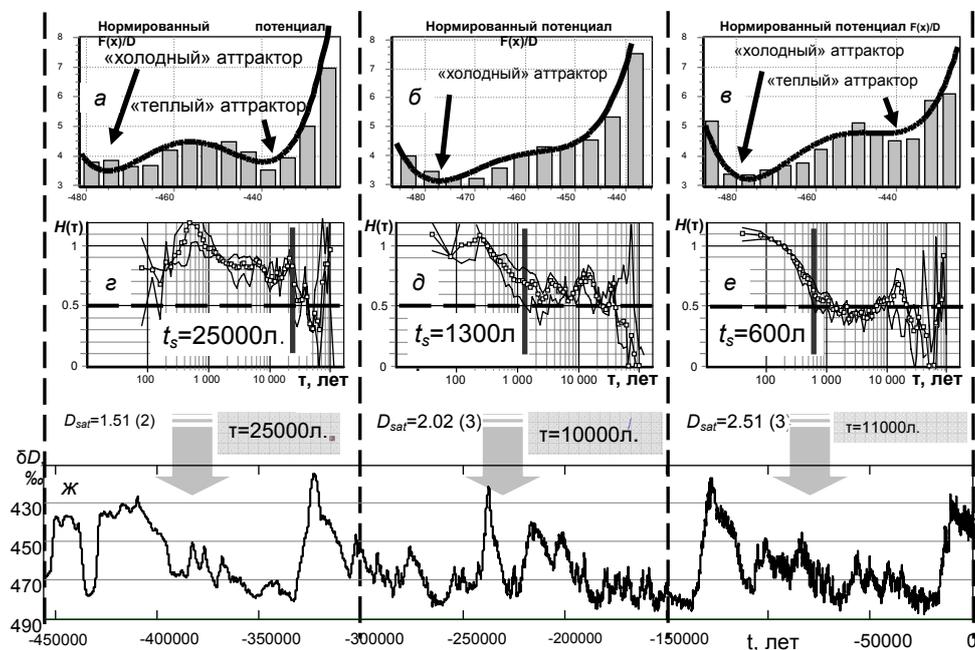


Рис. 4. Основные хаотические свойства климатической системы над оз. Восток: а–в — потенциал $F(x)$, восстановленный по приведенной на рис. 3 функции распределения и аппроксимированный полиномом 4-й степени, а–в — зависимость H от временного масштаба. Указаны дополнительно: время забывания начальных условий (максимальное время достоверного прогноза) t_s , значения насыщения корреляционной размерности D_{sat} (минимальная размерность вложения) и время первого минимума корреляционной функции τ для трех последовательных интервалов ж временного ряда δD

Заклучение

Доказано непрерывное увеличение хаоса в климатической системе над оз. Восток в Антарктиде на основе анализа основных хаотических свойств ряда концентрации HDO (δD), который линейно соответствует температуре над оз. Восток.

Обнаружено наличие странных аттракторов как минимум с двумя зонами притяжения.

Нелинейная математическая модель для описания данной климатической системы на интервале от -450 000 до -300 000 лет должна включать как минимум два нелинейных уравнения, тогда как на последних двух (от -300 000 лет до 0) минимальное число нелинейных уравнений, достаточных для описания поведения климата на этих участках, необходимо увеличить по меньшей мере до трех.

Следует отметить, что достоверное прогнозирование поведения рассмотренной климатической системы даже без учета влияния человека без знания этих свойств является невозможным. И хотя авторами была предпринята попытка такого прогнозирования с помощью усовершенствованного метода прогнозирования, ее результаты в сравнении с реальным поведением климата свидетельствуют о существенном изменении параметров климатической системы человеком и, как следствие, о необходимости включения его влияния в метод прогнозирования.

Однако что касается возрастающей хаотичности временного ряда δD , то мелкомасштабные пульсации могут с течением времени сглаживаться за счет наличия диффузии «дефектов» (молекул воды с дейтерием) в толще льда в направлении поверхности Земли. Это может приводить к сглаживанию пульсаций временного ряда с увеличением времени хранения этой информации в толще антарктического льда.

Авторы признательны Жёну Жузелю (Jean Jouzel) за любезно предоставленные для анализа исходные палеоданные и обсуждение результатов анализа. Мы благодарны В.И. Захарову за обсуждение результатов работы.

Все вычисления выполнялись с помощью специализированного программного продукта [14] в рамках гранта № 381 Правительства Российской Федерации в лаборатории «Физики климата и окружающей среды» ИЕН УрФУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Petit J. R., Jouzel J., Raynaud D., Barkov N. I. et al.* Climate and atmospheric history of the past 420,000 years from the Vostok ice core, Antarctica // *Nature* 399. 1999. P. 429–436.
2. *Талалай П.* Вокруг древнего озера // *Наука и жизнь*. 2005. № 12 [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.nkj.ru/archive/2005/12>.
3. *Быстрой Г.П.* Термодинамика необратимых процессов в открытых системах. М.: Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2011. 264 с.
4. *Быстрой Г.П., Коршунов Л.А., Лыков И.А. и др.* Методы нелинейной динамики в анализе и прогнозировании экономических систем регионального уровня // *Журн. эконом. теории*. Екатеринбург, 2010. № 3. С. 103–114.
5. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 511 с.
6. *Николис Дж.* Динамика иерархических систем: Эволюционное представление: Пер. с англ. / Предисл. Б.Б. Кадомцева. М.: Мир, 1989. 488 с.
7. *Белоцерковский О.М., Быстрой Г.П., Цибульский В.Р.* Экономическая синергетика: Вопросы устойчивости. Новосибирск: Наука, 2006. 116 с.
8. *Гилмор Р.* Прикладная теория катастроф. М.: Мир, 1984. Т. 1. 350 с.; Т. 2. 285 с.
9. *Шустер Г.* Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988. 240 с.
10. *Пригожин И.* Введение в термодинамику необратимых процессов. М.: ИЛ, 1960. 127 с.
11. *Hurst H. E., Black R. P., Simaika Y. M.* Long-term Storage: An Experimental Study. L.: Constable, 1965. 145 p.
12. *Быстрой Г.П., Коршунов Л.А., Никулина Н.Л., Лыков И.А.* Нелинейная динамика и прогнозирование развития социально-экономических систем // *Прогнозирование*

социально-экономической системы региона. Екатеринбург: Ин-т экономики УрО РАН, 2011.

13. Федер Е. Фракталы: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 254 с.

14. Быстрай Г.П., Лыков И.А. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012617322 «Nonlinear & Fractal analysis of Time Series of the Atmosphere». Роспатент. Зарегистрировано 15 августа 2012 г.

I.A. Lykov, G.P. Bystraj

A nonlinear climatic model basing on paleothermometry in the area of «Vostok» station in the Antarctic

The paper summarizes results on using methods of nonlinear dynamics in analyzing climatic systems by the data of glaciological studies. It proves the randomness of δD experimental series over 450 000 years characterizing the concentration of deuterium, and connected with the temperature in the area of «Vostok» station. Subject to discovery being a decrease in the time of forgetfulness of the initial conditions. At all intervals, they fixed the presence of strange attractors minimum with 2 zones of attraction — «warm» и «cold», corresponding to high and low concentrations of deuterium. According to additional analysis of these attractors, a nonlinear model of such climatic system should include minimum 3 variables which identification being nevertheless a nontrivial problem.

Climate, temperature change, nonlinear dynamics, theory of chaos, theory of catastrophes, correlation function, the phase portrait, strange attractor, fractal, correlation dimension, the minimum dimension of the enclosure.