Е.Г. Кревенцов

МОДИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМА РАСЧЕТА ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ С РАВНЫМ ЧИСЛОМ ВХОДОВ И ВЫХОДОВ

Предлагается вариант модификации алгоритма расчета матрицы обратной связи по вектору координат состояния системы модального управления для линейных многомерных, управляемых и наблюдаемых объектов с равным числом входов и выходов, представленных в пространстве состояния. Полученная многомерная система обеспечивает монотонность переходной характеристики за счет компенсации множества нулей собственных и взаимных передаточных функций в системе модального управления.

Модальное управление, компенсация нулей, монотонность переходной характеристики.

В современной теории автоматического управления наиболее распространены системы с модальным управлением (СМУ) [1–7] как для одномерных, так и для многомерных объектов управления (ОУ). Однако в СМУ матрица обратной связи по состоянию (ОСС) удовлетворяет лишь одному требованию — размещению корней характеристического уравнения (известна как «задача об управлении спектром полюсов»). Остальные требования, предъявляемые к системе управления, игнорируются при расчете матрицы ОСС многомерной системы. До конца не решен вопрос о компенсации нулей собственных и взаимных передаточных функций [1]. В отечественной и зарубежной литературе методам компенсации таких нулей и управления ими уделено мало внимания применительно к СМУ [1, 2, 6]. Не скомпенсированные нули искажают результирующую переходную характеристику системы управления [6]. Избежать подобных недостатков позволяют различного рода модификации алгоритма вычисления матрицы ОСС, в которых вышеупомянутые нули передаточных функций скомпенсированы без ухудшения остальных показателей качества системы управления.

Будем рассматривать многосвязный полностью управляемый и наблюдаемый ОУ с равным числом входов и выходов, описываемый системой уравнений в пространстве состояний. Вектор координат состояния ОУ полностью доступен прямому измерению. Задача нахождения матрицы ОСС для многомерного случая имеет неединственное решение, при этом могут быть предложены различные алгоритмы ее вычисления [4].

Если рассматривать передаточную матрицу СМУ, то в ее состав входит m^m собственных и взаимных передаточных функций, где m — число входов и выходов СМУ. Потребуем, чтобы множества их нулей совпадало с множеством полюсов. В результате нули собственных и взаимных передаточных функций будут «скомпенсированными». Полюса зададим лежащими в точке на левой действительной оси комплексной плоскости, чтобы обеспечить монотонность переходной характеристики и отсутствие перерегулирования в СМУ. Тогда выражение для матрицы ОСС может быть представлено в следующем виде:

$$\mathbf{K}=\left(\left[\mathbf{c}_i\mathbf{A}^{j_i}\mathbf{B}\right]^{-1}_{i=\overline{1,m}}\cdot\left[\mathbf{c}_i\mathbf{A}^{j_i+1}+\sum_{k=0}^{j_i}\left(\frac{2{,}4\pi}{t^n}\right)^{j_i+1-k}\cdot\left(\frac{(j_i+1)!}{(j_i+1-k)!\cdot k!}\right)\mathbf{c}_i\mathbf{A}^k\right]_{i=\overline{1,m}}\right). \quad (1)$$

В выражении (1) $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ — матрицы модели ОУ, $\mathbf{c}_i$ i-я строка, $i=\overline{1,m}$, — матрицы выхода, t_n — быстродействие СМУ. Индекс j_i является «минимальным индексом произведения матриц» — целое положительное число, $j_i \in Z_{\geq 0}$. Для его нахождения потребуем, чтобы произведение матриц $\mathbf{c}_i\mathbf{A}^{j_i}\mathbf{B}$ для любой i-й строки давало ненулевую блочную строку при одном из значений индекса j_i из промежутка $[0,n-1]$ [2].

По соотношению (1) матрица $\mathbf{K}$ в законе управления может быть «легко» вычислена при помощи ЭВМ.

Остается открытым вопрос — для какого класса объектов управления выражение (1) может быть вычислено? Рассматривая методику вычисления полного множества нулей (см., например, [5]) для управляемого, наблюдаемого ОУ, имеющего равное число входов и выходов, имеем

$$(n-\mu)=\left(\sum_{i=1}^{m} j_i + m\right)=\tau_l\,, \quad (2)$$

где μ — число нулей ОУ, $\mu=(n-m)$, n — порядок ОУ, τ_l — число полюсов СМУ.

Если ОУ и имеет μ нулей, то при этом число «свободных» полюсов τ_l в μ раз меньше. В результате μ полюсов не подлежат сдвигу и являются инвариантными относительно ОСС с матрицей (1). Поэтому целесообразно выбирать такой класс ОУ, для которого $\mu=0$. При этом все полюса СМУ будут свободными и могут быть помещены в заданную точку на комплексной плоскости. Если составить матрицу Розенброка [2, 5], для ОУ, то при унимодальной матрице $\mu=0$. Наличие унимодальной матрицы Розенброка свидетельствует об отсутствии развязанных нулей, т.е. СМУ не имеет неуправляемых и ненаблюдаемых подсистем, несмотря на то что нули передаточных функций являются сократимыми. Выражение (2) окончательно определяет класс рассматриваемых объектов, для которого может быть найдено выражение (1).

На завершающем этапе алгоритма расчета матрицы обратной связи по состоянию можно предложить блок-схему алгоритма расчета в общем виде (рис. 1).

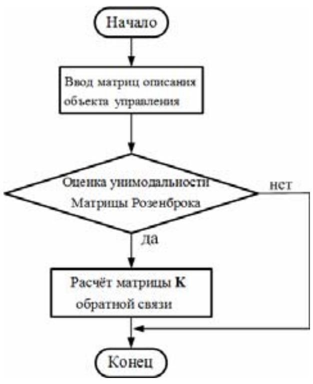

Рис. 1. Блок-схема алгоритма расчета СМУ

На первом этапе вводятся матрицы объекта управления. На втором этапе производится оценка унимодальности матрицы Розенброка. На третьем этапе выполняется расчет матрицы ОСС по выражению (1) и выход из алгоритма расчета.

Апробация выше изложенного алгоритма расчета заключалась в составлении программного кода на языке MATLAB для расчета произвольных ОУ с равным числом входов и выходов [7]. При этом переходные характеристики всех тестируемых объектов, замкнутых ОСС, имели монотонный характер протекания. Это обстоятельство превосходит существующий ранее классический подход к решению данной задачи.

В качестве иллюстрации к вышеизложенному рассмотрим пример синтеза гиростабилизатора (gyrostabilize) при полностью измеримом векторе состояния [3]. В его состав входит гироскоп (gyroscope) с тремя степенями свободы, имеющий на осях карданова подвеса моментные датчики (рис. 2). Здесь ω — угловая скорость внешнего кольца, β — угол поворота внутреннего кольца относительно внешнего (угол прецессии), $\dot{\beta}$ — угловая скорость внутреннего кольца. Если кинетический момент гироскопа Н мал, а моменты инерции колец A и B относительно осей вращения велики, то нутационные колебания гироскопа имеют небольшую частоту и слабое затухание. Задача состоит в том, чтобы с помощью обратных связей сделать нутационные колебания быстро затухающими.

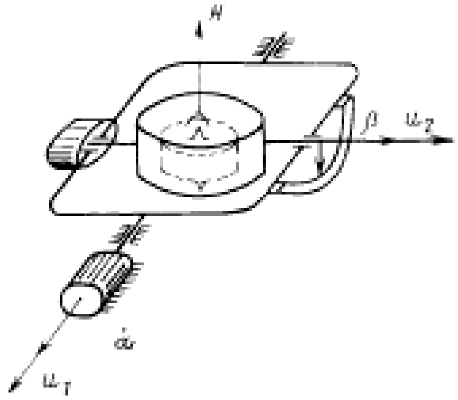

Рис. 2. Гироскоп с тремя степенями свободы

Матрицы модели гиростабилизатора:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\dfrac{\mathrm{H}}{\mathrm{A}} & 0 \\ \dfrac{\mathrm{H}}{\mathrm{B}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\mathrm{A}} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\mathrm{B}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix},\ \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где Н — кинетический момент, А и В — моменты инерции колец относительно осей вращения гиростабилизатора.

Матрица обратной связи, вычисленная по выражению (1) системы управления гиростабилизатора:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -\dfrac{2{,}4\mathrm{A}\pi}{t^{n}} & \mathrm{H} & 0 \\ -\mathrm{H} & -2\dfrac{2{,}4\mathrm{B}\pi}{t^{n}} & -\mathrm{B}\left(\dfrac{2{,}4\pi}{t^{n}}\right)^{2} \end{pmatrix}.$$

Переходные характеристики на выходе системы управления гиростабилизатора при расчете матрицы обратной связи по классической методике представлены на рис. 3. Моделирование производилось в среде MATLAB. Из всех четырех случаев видно, что выходные переменные имеют колебательную составляющую, несмотря на то что спектр полюсов СМУ сосредоточен в точке -1.

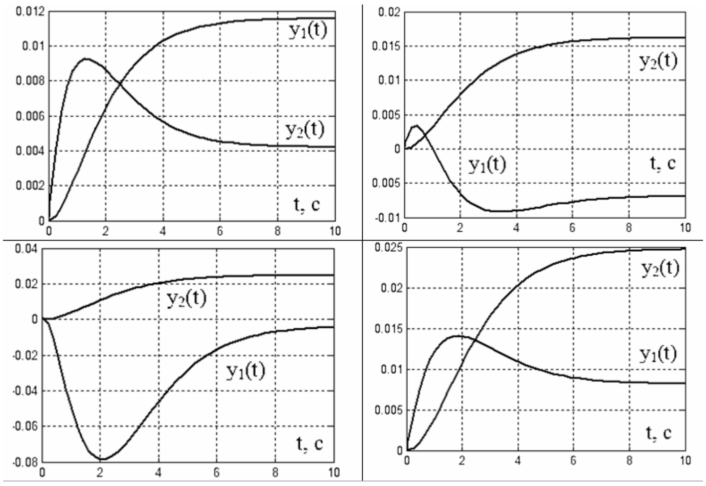

Рис. 3. Переходные характеристики на выходе системы управления при расчете матрицы ОСС классическим методом

При расчете матрицы ОСС по выражению (1) нутационные колебания гиростабилизатора не имеют колебательной составляющей. Отсутствие колебательной составляющей в выходных координатах свидетельствует о том, что вид переходной характеристики определяется спектром полюсов СМУ и не зависит от действия нулей собственных и взаимных передаточных функций (рис. 4).

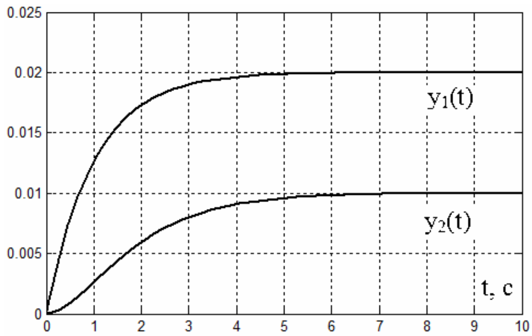

Рис. 4. Переходные характеристики на выходе системы управления при расчете матрицы ОСС по выражению (1)

ЛИТЕРАТУРА

1. *Воронов А.А.* Синтез минимальных модальных регуляторов, действующих от измеримых входа и выхода линейного объекта // АиТ. 1993. № 2. С. 34–51.
2. *Кревенцов Е.Г.* Компенсация множества конечных нулей многомерных объектов с равным числом входов и выходов при синтезе модальным методом // Актуальные проблемы электронного приборостроения. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2008. Т. 7. С. 178–181.
3. *Кузовков Н.Т.* Модальное управление и наблюдающие устройства. М.: Машиностроение, 1976. 112 с.
4. *Методы* классической и современной теории автоматического управления / К.А. Пупков, Н.Д. Егупов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. Т. 1. 400 с.
5. *Смагина Е.М.* Вопросы анализа линейных многомерных объектов с использованием понятия нуля системы. Томск: Изд-во ТГУ, 1990. 160 с.
6. *Суровцев В.Н., Донской Н.В.* Теория автоматического управления: Учеб. пособие. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2005. 184 с.
7. А. с. О государственной регистрации программы для ЭВМ. Программа расчета астатической САЦ с матричным регулятором в обратной связи по вектору координат состояния / Е.Г. Кревенцов (Россия). № 2011614126; Заявл. 10.02.2011; Опубл. 26.05.2011.

Ye.G. Kreventsov

Modification of algorithm of feedback computation for linear multivariable objects with equal number of inputs and outputs

The article suggests a modification variant of computation algorithm of feedback matrix according to vector of state coordinates regarding a system of modal control for linear multivariable, managed and monitored objects with equal number of inputs and outputs represented in the state space. The obtained multivariable system provides the monotony of transient characteristic at the cost of compensating the set of zeros of private and mutual transfer functions in the system of modal control.

Modal control, compensation of zeros, monotony of transient characteristic.