

Д.А. Власов

ВОПРОСЫ СХЕМАТИЗАЦИИ ПОСТРОЕНИЯ ОБРАЗОВ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ МОДЕЛИ ПЛОСКОРАДИАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Рассматривается вопрос выделения пространственных элементов конечно-мерной плоскорадиальной модели фильтрации в призабойной зоне пласта, приуроченной к нефтедобывающей скважине. Предлагается методика задания геометрических параметров конечных элементов модели с однородными гидродинамическими свойствами, обеспечивающая разнотемповую собственную динамику гидродинамических процессов в выделенных элементах.

Осреднение, геометрические свойства, разнотемповая динамика, фильтрационные свойства, масштабирование, идентификация.

Введение

Развитие систем информатизации по-новому ставит вопрос управления системами разработки и эксплуатации скважинных систем. Все большее значение приобретает режим реального времени [1]. Суть режима реального времени заключается в принятии решений в темпе управляемых процессов и поддержании актуального описания системы.

Решаемая задача состоит в поиске таких форм представления известных гидродинамических систем [2], которые позволяют оперативно моделировать и оценивать гидродинамические свойства коллекторов в локальных зонах, приуроченных к скважине. Из опыта ранее проведенных исследований предполагается, что искомая форма представления должна интерпретировать наблюдаемые процессы как разнотемповые. Это позволит проводить процедуру оценивания гидродинамических свойств отдельно в соответствии с собственной темповой динамикой, пренебрегая в первом приближении взаимовлияниями между разнотемповыми зонами [3]. Следовательно, для идентификации (решения задачи поиска параметров математической модели по наблюдениям за входными и выходными переменными) гидродинамических свойств отдельной зоны допустимо использование редуцированной модели [4], что позволяет снизить вычислительную сложность задачи и повысить устойчивость оценивания.

При использовании конечномерных моделей большое значение имеет вопрос корректности осреднения свойств в моделируемых зонах и соответствия результатов анализа грубых моделей общепринятым [5]. Вопрос осреднения свойств в моделируемых зонах неразрывно связан с технологией задания геометрии этих зон. Очевидно, что задачи точного моделирования и устойчивой идентификации требуют различных представлений системы, задаваемых через геометрию модельных зон. Задание зон с большой разницей объема конечных элементов вносит в модель системы значительную разнотемповость переходных процессов. При однородных свойствах среды, меняя геометрию зон, можно добиться равенства значения межзональных гидропроводностей, что упрощает описание системы. Задавая различное количество зон на один и тот же радиус контура питания, можно регулировать детальность описания.

На основе этих представлений требуется создать инструментальную среду анализа гидродинамических процессов как установившихся, так и переход-

Математическая модель

Согласно классическому подходу, с использованием условия плоскорадиальной симметрии [2], система предстает в таком виде, как на рис. 1, где давление флюида в зоне окаймления p_k , коэффициент гидроупругости β и пористости m_i пласта — постоянные величины. Мощность пласта H_k на всем протяжении ПЗ одинакова. Показатели давления в забое напротив зоны перфорации p_0 и расхода насоса q_n доступны для измерения. ПЗ разбита на N моделируемых зон (МЗ), в каждой из которых давление флюида p_i рассматривается в усредненном виде. Флюид представляет собой гомогенную жидкость, и свойства многофазной фильтрации в данной модели не рассматриваются. Поскольку такие свойства, как проницаемость пород k_i , определяются из перепада давления между зонами, то необходимо ввести понятие межзональных переходов (МЗП).

$$\begin{aligned} r_i &\approx l_{i-1} + (l_i - l_{i-1})/2, \\ \text{при } N = 0 &\rightarrow r_0 = l_0, \\ \text{при } N < i &\rightarrow r_i \approx l_N + (l_N - l_{N-1})/2. \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим отдельную модельную зону. Динамика давления в МЗ определяется разностью притока и оттока с точностью до постоянного коэффициента τ_i , определяющего инерциальные свойства зоны:

$$\tau_i \frac{dp_i}{dt} = q_i - q_{i-1}. \quad (2)$$

Коэффициент τ_i можно вычислить следующим образом [6]:

$$\tau_i = V_i m_i \beta = \pi(l_i^2 - l_{i-1}^2) H_k m_i \beta. \quad (3)$$

Согласно закону линейной фильтрации Дарси [5]:

$$q_i = w_i (p_{i+1} - p_i) \quad (4)$$

где w_i — гидропроводность межзональных переходов. Гидропроводность может быть определена следующим образом [5]:

$$w_i = \frac{k_i}{\mu} \frac{2\pi H_k}{\ln(r_{i+1}/r_i)}.$$

В рамках предлагаемой модели неизвестные k_i и μ неразделимы, поэтому будем рассматривать их совместно как удельную гидропроводность ε_i :

$$w_i = \varepsilon_i \frac{2\pi H_k}{\ln(r_{i+1}/r_i)}. \quad (5)$$

Запишем выражения для определения динамики давления в забое и зоне окаймления. Динамика давления в забое определяется как [7]:

$$\frac{S_0}{\gamma_0} \frac{dp_0}{dt} = w_0 (p_1 - p_0) - q_n, \quad (6)$$

где S_0 — площадь затрубного пространства, γ_0 — удельный вес флюида. Поскольку давление в зоне окаймления положено статичным, то достаточно добавить условие

$$p_{N+1} = p_k = \text{const}. \quad (7)$$

Перейдем к составлению общей модели ПЗ. Составим систему дифференциальных уравнений для системы с разбивкой на N зон из уравнений (2), (4), (6) и (7) и запишем ее в матричной форме, в принятом в теории управления виде пространства состояний:

$$\dot{\bar{p}} = A \cdot \bar{p} + B \cdot \bar{q}, \quad (8)$$

где $\bar{p} = \text{col}[p_0 \ p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_{N-1} \ p_N]$, $\bar{q} = \text{col}[q_n \ p_k]$,

$$A = \begin{pmatrix} -T_0 & T_0 & & & & & \\ a_{0,1} & -T_1^{-1} & a_{1,1} & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & a_{i-1,i} & -T_i^{-1} & a_{i,i} & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & 0 & & \\ & & & & & a_{N-1,N} & -T_N^{-1} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\gamma_0}{S_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a_{N,N} & 0 \end{pmatrix},$$

где коэффициенты трехдиагональной матрицы вычисляются как:

$$a_{i,j} = \frac{w_i}{\tau_j}; \quad T_i = \frac{\tau_i}{w_{i-1} + w_i}; \quad T_0 = \frac{\gamma_0 w_0}{S_0}.$$

Обратим внимание, что модуль коэффициентов главной диагонали (T_i) определяет динамику переходных процессов в отдельных зонах [8].

Вычислительный эксперимент

Для оценки точности моделирования динамики переходных процессов в зонах и гидропроводностей МЗП проведем вычислительный эксперимент. Зададим сеть зон осреднения от 1 до 32 м с равным шагом в 1 м. Примем шаг дискретизации по времени Δ ($t_{k+1} = t_k + \Delta$) и запишем систему (8) в дискретном разностном виде [9]:

$$\bar{p}(k+1) = \bar{p}(k) + \Delta(A \cdot \bar{p}(k) + B \cdot \bar{q}(k))$$

Проведем моделирование с заданными входными данными из табл. 1 [10] и начальными условиями $p_i(0) = p_k$.

Для оценки корректности осреднения и точности моделирования сопоставим профили давления в установившемся режиме для точной (логарифмической) модели [5]:

$$p(r) = p_k + q_n \frac{\mu}{2\pi k H_k} \ln\left(\frac{r}{r_k}\right),$$

где r_k — радиус контура питания и r — расстояние от границы забоя, и модели с осреднением по зонам (8):

$$\bar{p} = -A^{-1} \cdot B\bar{q}.$$

Таблица 1

Входные данные для проведения моделирования

1	Сечение затрубного пространства (S_0)	0.001	м ²
2	Радиус забоя (r_0)	0.15	м
3	Мощность пласта (H_k)	1	м
4	Расход насоса (q_n)	20	м ³ /сут
5	Удельный вес флюида (γ_0)	$8.5 \cdot 10^{-3}$	Н/м ³
6	Вязкость флюида в ПЗ (μ)	1	сПз
7	Пористость и упругие свойства пород МЗ ($m_i \beta$)	0.2	—
8	Проницаемость пород МЗП (k_i)	1.2	Д
9	Давление на контуре питания (p_k)	20	МПа
10	Интервал дискретизации (Δ)	0.001	—
11	Количество МЗ (N)	32	—
12	Массив радиусов МЗ (l_i)	[1, 2, 3, ..., 32]	м
13	Моделируемый временной интервал (T)	25	сут.

Численную оценку точности проведем по критерию интегрального отклонения давления по пространству в каждой из МЗ в установившемся режиме:

$$\sigma(i) = \int_{l_{i-1}}^{l_i} |p(r) - \bar{p}(i)| dr \bigg/ \int_{l_{i-1}}^{l_i} p(r) \cdot 100 \, \%$$

Таблица 2

Параметры системы при равномерной сетке выделения зон

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l_i , м	0,15	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r_i , м	0,15	0,575	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
w_i	5,611	7,86	14,76	22,4	30	37,57	45,13	52,69	60,24	67,79
$\sigma(i)$, %	—	12,2	3,822	2,026	1,35	1,001	0,79	0,649	0,549	0,475
T_i	—	0,045	0,083	0,084	0,084	0,084	0,084	0,083	0,083	0,083

Рассмотрим результаты моделирования, представленные в табл. 2. Здесь l_i — радиусы границ МЗ, r_i — действующие радиусы МЗ, w_i — гидропроводности МЗП, σ_i — оценка ошибки осреднения, T_i — собственная динамика МЗ. Из графиков сопоставления профилей давления (рис. 2) и критерия отклонения (табл. 2, σ_i) следует, что осреднение корректно и значение ошибки снижается с ростом радиуса зон.

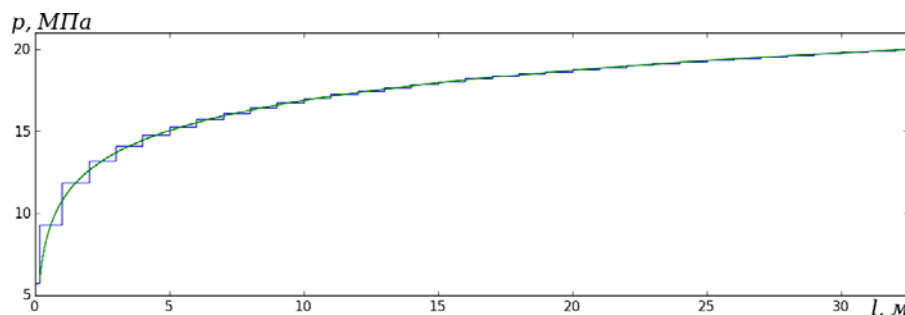


Рис. 2. Сопоставление профилей давления в установившемся режиме по логарифмическому закону (гладкая кривая) и конечномерной модели с равномерной сеткой осреднения

Для оценки влияния геометрии на постоянные времени переходных процессов рассмотрим значения T_i (табл. 2) собственных динамик зон. За исключением первой, значение которой несколько искажено из-за близости забоя и некоторых условностей построения зон (1), не учтенных при построении сети осреднения, динамики зон практически равны. Следовательно, эти зоны не являются разнотемповыми. При этом из строки с гидропроводностями МЗП (табл. 2, w_i) следует, что свойства однородности пород при идентификации использовать не удастся, поскольку все w_i различны.

Разработка правила выделения МЗ

Как видно из предыдущего эксперимента, простая равномерная сеть осреднения не позволяет добиться свойств разнотемповости и сократить число неизвестных. Разработаем правило построения сети осреднения, при котором гидропроводности межзональных переходов будут равны при однородных свойствах горных пород, что сведет количество подлежащих оценке гидро-

проводностей к одной. В качестве основы возьмем уравнение гидропроводности межзонального перехода (5). Из условия равенства гидропроводностей следует:

$$w_i = w_j,$$

$$\varepsilon \frac{2\pi H_k}{\ln(r_{i+1}/r_i)} = \varepsilon \frac{2\pi H_k}{\ln(r_{j+1}/r_j)},$$

$$r_{i+1}/r_i = r_{j+1}/r_j.$$

Поскольку геометрия зон задается радиусами их границ, используем выражения (1) для перехода от описания в действующих радиусах:

$$\frac{r_{i+1}}{r_i} = \frac{l_i + (l_{i+1} - l_i)/2}{l_{i-1} + (l_i - l_{i-1})/2} = \frac{0,5l_i + 0,5l_{i+1}}{0,5l_i + 0,5l_{i-1}} = \frac{l_i + l_{i+1}}{l_i + l_{i-1}}.$$

Запишем отношение действующих радиусов как некий задаваемый коэффициент

$$n = \frac{r_{i+1}}{r_i}.$$

Сделаем подстановку:

$$l_i + l_{i+1} = n(l_{i-1} + l_i).$$

Итоговое правило будет выглядеть следующим образом:

$$l_{i+1} = (n-1)l_i + nl_{i-1},$$

$$\text{при } i = 0 \rightarrow l_1 = (2n-1)l_0.$$

Поскольку геометрия зоны окаймления вводится отдельным выражением, необходимо скорректировать действующий радиус следующим образом:

$$r_N \approx n \cdot r_{N-1}.$$

Составим сеть геометрического разбиения ПЗ по разработанному правилу и проведем моделирование с теми же параметрами (табл. 1), что и в предыдущем случае.

Таблица 3

Параметры системы при различных коэффициентах отношения n

n	i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5	$l_i, \text{ м}$	0,15	0,3	0,38	0,64	0,88	1,4	2,02	3,11	4,58	6,95
	$r_i, \text{ м}$	0,15	0,22	0,34	0,51	0,76	1,14	1,71	2,56	3,84	5,77
	w_i	18,595									
	$\sigma_i, \%$	—	4,388	1,296	2,796	1,579	2,074	1,552	1,689	1,438	1,45
	T_i	—	0,001	0,001	0,004	0,006	0,02	0,036	0,094	0,192	0,461
2	$l_i, \text{ м}$	0,15	0,45	0,75	1,65	3,15	6,45	12,75	25,65	51,15	102,4
	$r_i, \text{ м}$	0,15	0,3	0,6	1,2	2,4	4,8	9,6	19,2	38,4	76,8
	w_i	10,878									
	$\sigma_i, \%$	—	20,83	6,368	7,215	4,723	4,328	3,52	3,148	2,758	—
	T_i	—	0,005	0,01	0,062	0,208	0,915	3,493	14,31	56,56	—
5	$l_i, \text{ м}$	0,15	1,35	6,15	31,35	156,1	781,3	—	—	—	—
	$r_i, \text{ м}$	0,15	0,75	3,75	18,75	93,75	468,7	—	—	—	—
	w_i	4,6848									
	$\sigma_i, \%$	—	17,9	8,17	6,29	—	—	—	—	—	—
	T_i	—	0,12	2,41	63,37	—	—	—	—	—	—

Рассмотрим результаты моделирования, представленные в табл. 3. Таблица аналогична предыдущей, но содержит три варианта сетки с различными коэффициентами соотношений действующих радиусов n : 1,5; 2; 5. Представленные варианты реализации сетки отличаются только масштабом, по ним можно оценить радиусы границ МЗ (l_i) и действующие радиусы МЗ (r_i) для различных коэффициентов. Следует обратить внимание, что если граница контура питания сильно удаляется от забоя, то в столь больших площадях ограничения, принятые для модели, будут нарушены. Во избежание подобных некорректностей из практики моделирования следует принимать значения l_i не больше 100 м.

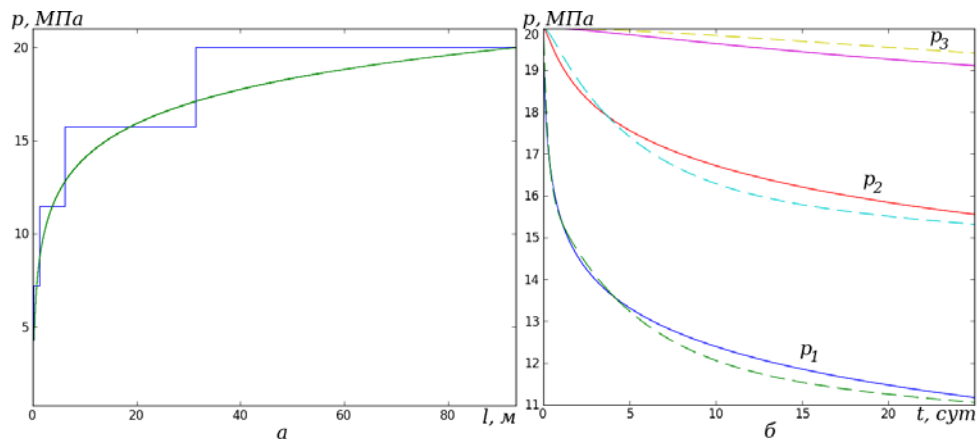


Рис. 3. Сопоставление профилей давления в установившемся режиме по логарифмическому закону (гладкая кривая) и конечномерной модели с неравномерной сеткой осреднения ($n = 5$) (а); сопоставление динамики давления в зонах по конечномерной модели с неравномерной сеткой осреднения ($n = 5$) (штриховая линия) и с частой сеткой (0,15 м) и последующим осреднением (сплошная линия) (б)

Из графиков сопоставления профилей давления (рис. 3, а) и критерию отклонения (табл. 3, σ_i) следует, что осреднение корректно по статике, но, в отличие от модели с равномерной сеткой, однозначной тенденции к сокращению ошибки с ростом радиуса зон не прослеживается (табл. 2, σ_i). Для оценки ошибки, вносимой при осреднении в динамику изменения давления, было проведено моделирование с частой равномерной сеткой осреднения (с шагом 0,15 м), найдено среднее арифметическое по малым зонам, входящим в крупные, и проведено сопоставление с процессами, смоделированными по крупным зонам (рис. 3, б). Интегральное нормированное отклонение по отдельной динамике в приведенном примере не превысило 2 %.

Из данных о параметре T_i (табл. 3) следует, что достаточно высокая разнотемповость процессов ($T_{i+1} > 10T_i$) в различных МЗ может быть достигнута только при высоких значениях n . Это условие вкупе с ограничением на максимальный радиус зоны окаймления ограничивает максимальное количество модельных зон с разной динамикой переходных процессов.

Заключение

В работе представлена методика получения новых форм описания гидродинамической системы с однородными фильтрационно-емкостными свойствами для целей синтеза систем управления реального времени. Данная фор-

ма позволяет интерпретировать гидродинамические процессы в конечных элементах модели как разнотемповые и устанавливает межзональные гидропроводности равными. Свойство разнотемповости необходимо для решения обратной задачи с использованием технологии МНК-оценивания динамических систем с разнотемповой динамикой [3], повышающей устойчивость алгоритма оценки. В ходе моделирования показано, что из практических соображений целесообразно использовать небольшое количество модельных зон — около трех.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jansen J. D., Douma S. G., Brouwer D. R. et al. Closed-loop reservoir management // SPE Reservoir Simulation Symposium. The Woodlands, USA, 2–4 February. 2009.
2. Каневская Р.Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исследований, 2002, 140 с.
3. Соловьев И.Г., Власов Д.А. Идентификация линейных моделей с разнотемповой динамикой // Материалы 6-й науч. конф. «Управление и информационные технологии» (УИТ-2010) / ЦНИИ «Электроприбор». 2010. 276 с.
4. Baldea M. Prodrornos Daoutidis Dynamics and control of integrated process networks with multi-rate reactions // Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Czech Republic. 2005.
5. Баснеев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 414 с.
6. Щелкачев В.Н., Лапук Б.Б. Подземная гидравлика. Л.: Гос. науч.-техн. изд-во нефтяной и горно-топливной лит., 1949.
7. Говорков Д.А. Анализ методов исследования гидродинамических состояний скважин и пластов // Вестн. кибернетики. Тюмень: Изд-во ИПОС СО РАН, 2008. № 7. 141 с.
8. Директор С., Порер Р. Введение в теорию систем. М.: Мир, 1974. 464 с.
9. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: Практик. рук.: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 232 с.
10. Евдакимова В.А., Кочина И.Н. Сборник задач по подземной гидравлике. М.: Недра, 1979. 167 с.

D.A. Vlasov

QUESTIONS OF SCHEMATIZATION IN SIMULATING THE BOTTOM HOLE OF A PLANE RADIAL FILTRATION MODEL

The paper considers a question of specifying spatial elements of a finite dimensional plane radial filtration model in the bottom hole formation zone confined to oil well. The autho suggest methods of selecting geometric parameters of the finite elements of the model with homogenous hydrodynamic features, ensuring asynchronous natural dynamics of hydrodynamic processes in the specified elements.

Averaging, geometric properties, asynchronous dynamics, filtration properties, scaling, identification.