

Д.А. Власов

## ТЕХНОЛОГИЯ МНК-ОЦЕНИВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИНАМИКОЙ

*Рассматривается проблема корректности идентификации систем с разнотемповой динамикой. Предлагается и исследуется технология МНК-оценивания подобных систем, основанная на регуляризации информационной матрицы решающего правила.*

*Идентификация, разнотемповая динамика, МНК, регуляризация, информационная матрица, обусловленность, устойчивость.*

### Введение

Процесс интеллектуализации современных систем автоматического управления зачастую связан с внедрением адаптивного управления. Подстройка параметров регулятора в рамках цикла адаптации по оптимальной стратегии требует уточнения модели управляемой системы, т.е. ее идентификации. Однако использование полной модели сложной системы для целей синтеза регулятора часто невозможно ввиду вырождения информационной матрицы при использовании в идентификации МНК [1]. Подобная проблема свойственна системам с разнотемповой динамикой, что требует поиска технологии МНК-оценивания таких систем.

### Описание технологии

Рассмотрим динамическую систему, представленную в линейно-регрессионном виде, с явно выраженными блоками регрессоров с медленной  $v_1(k)$  и быстрой  $v_2(k)$  динамикой:

$$y(k) = c_1^T v_1(k) + c_2^T v_2(k) + \xi(k), k \in K, \quad (1)$$

где  $c_1, c_2$  — векторы искоемых параметров,  $\xi(k)$  — шумовая составляющая,  $k$  — шаг в дискретном времени и  $K = \{0, 1, 2, \dots, N\}$  — интервал наблюдения. Будем априори считать, что доступная выборка данных измерений

$$I = \langle y(k), v_1(k), v_2(k), k \in K \rangle$$

позволяет решить задачу идентификации параметров модели.

Решение задачи МНК-оценивания, заключающейся в минимизации критерия

$$J_K = \sum_{k \in K} \mu(k) (y(k) - \hat{c}_1^T v_1(k) - \hat{c}_2^T v_2(k))^2 \rightarrow \min,$$

где  $\mu(k) = 1/\text{len}(K)$  — нормировочный коэффициент, дает следующее решающее правило:

$$\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} F_{ij} &= \sum_{k \in K} \mu(k) v_i(k) v_j(k)^T, \\ b_i &= \sum_{k \in K} \mu(k) v_i(k) y(k). \end{aligned} \quad (2)$$

Однако «вес» компоненты информационной матрицы, описывающей быструю динамику, при нормализации стремится к нулю, что ведет к высокой обусловленности информационной матрицы решающего правила. Данное обстоятельство делает задачу некорректной и требует для ее решения регуляризации информационной матрицы.

Рассмотрим две схемы регуляризации. Первая основана на фильтрации выборки входных данных по неравномерной временной шкале — более плотной для участков с выраженной быстрой динамикой и более разреженной для участков с медленной динамикой. Вторая схема регуляризации основана на выделении информационно значимых интервалов для быстрой ( $K_2$ ) и медленной ( $K_1$ ) динамики и формировании информационной матрицы по независимым интервалам. Возможность выделения интервалов следует из заданного при постановке задачи ограничения, что система обладает явно выраженными блоками регрессоров и их взаимовлияния в информационной матрице пренебрежимо малы, поэтому допустимо формировать блоки матрицы независимо. В этом случае решающее правило приобретает вид:

$$\begin{bmatrix} F_{11}(1) & F_{12}(1) \\ F_{21}(2) & F_{22}(2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_1 \\ \hat{c}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1(1) \\ b_2(2) \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} F_{ij}(i) &= \sum_{K_i} \mu_i(k) v_i(k) v_j(k)^T, \\ b_i(i) &= \sum_{K_i} \mu_i(k) v_i(k) y(k). \end{aligned} \quad (3)$$

Основным критерием оценки эффективности технологии будем считать число обусловленности информационной матрицы, так как оно определяет устойчивость идентификации к шуму. Чем число меньше, тем эффективнее метод [3].

### Численный эксперимент

Рассмотрим приведенную выше технологию МНК-оценивания на примере системы, состоящей из четырех звеньев первого порядка, с постоянными времени (1, 2, 100, 200), неизвестными постоянными коэффициентами усиления  $c_{1-4}$  при звеньях, постоянной составляющей  $c_0$  и шумовой составляющей  $\xi$  (рис.), с целью выяснения эффективности технологии по следующим критериям: обусловленность информационной матрицы, суммарная и поэлементная средняя ошибка оценивания и суммарная средняя модульная ошибка оценивания.

Моделирование проводилось при единичных начальных условиях и с нулевым входным сигналом. Шумовая составляющая представлена ломаной с вершинами, полученными случайным образом (по амплитуде), на каждом пятом шаге дискретного времени и нулевой средней. Идентификация проводилась тремя способами: с равномерной выборкой из 200 значений по стандартному правилу (2), с выборкой из 100 первых подряд идущих и 100 равномерно взятых из оставшихся значений по стандартному правилу (2) и с выборкой из 100 первых подряд идущих значений для быстрой динамики и 100 равномерно взятых значений из всей выборки для медленной динамики по правилу (3). Также для оценки устойчивости алгоритмов идентификация проводилась для различных относительных значений амплитуд шумов. Результаты экспериментов сведены в табл.

### Результаты численного эксперимента\*

	1	2	3	4	5	6	7	8
$ \xi  = 0\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	3.03e-11	1.47e-11	2.40e+10	6.43e-14	3.56e-13	1.86e-13	5.59e-12	6.75e-11
Сетка	2.08e-12	1.44e-12	1.47e+04	3.70e-13	4.13e-12	2.08e-12	4.20e-13	2.30e-13
По дин.	9.51e-14	8.45e-14	4.57e+03	5.99e-14	8.65e-14	1.77e-14	1.45e-13	1.13e-13
$ \xi  = 1\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	4.54e+00	2.41e+00	1.33e+06	1.16e-02	1.39e-01	1.22e-01	1.79e+00	9.99e+00
Сетка.	1.35e-01	1.14e-01	1.47e+04	1.85e-02	1.80e-01	1.05e-01	1.57e-01	1.11e-01
По дин.	1.33e-01	1.06e-01	4.59e+03	2.66e-02	1.94e-01	1.06e-01	1.26e-01	7.84e-02
$ \xi  = 5\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	5.87e+00	3.80e+00	5.33e+04	2.99e-02	2.87e-01	1.80e-01	8.63e+00	9.90e+00
Сетка.	3.52e-01	2.90e-01	1.30e+04	9.52e-02	4.73e-01	2.59e-01	3.45e-01	2.80e-01
По дин.	4.97e-01	3.87e-01	4.49e+03	1.60e-01	7.00e-01	2.48e-01	4.93e-01	3.33e-01
$ \xi  = 10\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	6.12e+00	4.23e+00	1.32e+04	7.22e-02	1.15e+00	7.06e-01	9.63e+00	9.62e+00
Сетка.	1.38e+00	1.05e+00	8.49e+03	1.66e-01	1.80e+00	1.01e+00	1.21e+00	1.08e+00
По дин.	1.88e+00	1.49e+00	3.73e+03	5.52e-01	2.40e+00	1.08e+00	1.89e+00	1.52e+00
$ \xi  = 20\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	6.42e+00	4.90e+00	3.40e+03	8.94e-02	2.67e+00	2.05e+00	9.75e+00	9.96e+00
Сетка.	2.05e+00	1.63e+00	3.93e+03	1.75e-01	2.80e+00	1.53e+00	1.17e+00	2.50e+00
По дин.	2.27e+00	1.90e+00	2.41e+03	6.51e-01	2.45e+00	1.66e+00	2.33e+00	2.41e+00
$ \xi  = 50\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	6.62e+00	5.37e+00	5.81e+02	4.02e-01	2.42e+00	4.37e+00	9.83e+00	9.85e+00
Сетка.	3.15e+00	2.44e+00	8.59e+02	7.14e-01	4.35e+00	1.61e+00	1.35e+00	4.16e+00
По дин.	5.44e+00	4.74e+00	9.56e+02	4.04e+00	4.20e+00	4.40e+00	6.59e+00	4.46e+00
$ \xi  = 75\%$ ; 10 экспериментов								
Стандарт	6.85e+00	5.48e+00	2.59e+02	1.02e+00	0.68e+00	5.62e+00	1.00e+01	1.00e+01
Сетка.	4.01e+00	3.39e+00	4.45e+02	1.06e+00	5.01e+00	1.26e+00	3.89e+00	5.73e+00
По дин.	6.91e+00	6.16e+00	7.18e+02	6.06e+00	5.08e+00	6.40e+00	7.89e+00	5.38e+00

\* 1 — суммарная средняя квадратичная ошибка, 2 — суммарная средняя модульная ошибка, 3 — средняя обусловленность, 4 — средняя ошибка оценки  $c_0$ , 5 — средняя ошибка оценки  $c_1$ , 6 — средняя ошибка оценки  $c_2$ , 7 — средняя ошибка оценки  $c_3$ , 8 — средняя ошибка оценки  $c_4$ .

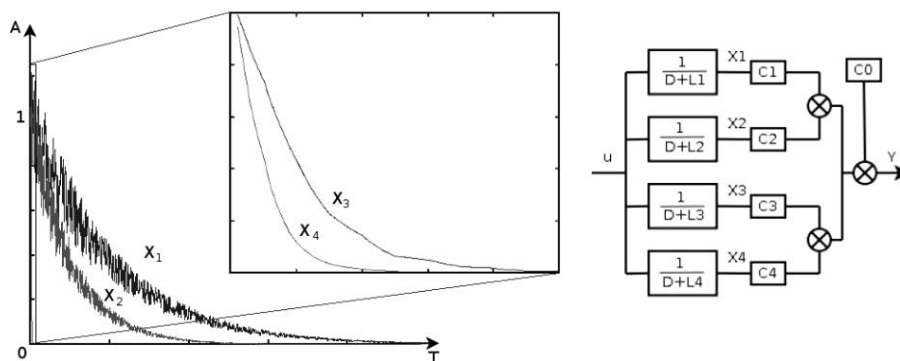


Рис. Система с разнотемповой динамикой составляющих

Результаты экспериментов показывают, что наилучшая обусловленность информационной матрицы решающего правила была получена при использовании правила (3). Использование стандартного правила с фильтрацией выборки по неравномерной сетке показало несколько худшие результаты. Стандартный алгоритм с равномерной выборкой оказался значительно хуже других методов (табл., колонка 3). Однако если взглянуть на результаты экспериментов с зашумлением, сопоставимым с уровнем полезного сигнала, можно отметить выравнивание обусловленностей. Это вызвано тем, что фактически алгоритм не может выделить сигнал и пытается идентифицировать шум, что ведет к запредельному повышению ошибок идентификации (табл., колонки 1, 2).

Рассматривая ошибки по отдельным параметрам, можно отметить, что погрешности оценок для параметров медленных процессов меньше аналогичных для быстрых процессов в отсутствие фильтрации данных, однако при использовании отфильтрованной выборки погрешности по динамикам примерно выравниваются, что свидетельствует о регуляризации оценок.

На основании ранее рассмотренной обусловленности и экспериментальных данных об ошибках (табл., колонки 1, 2) можно сделать вывод о неудовлетворительной устойчивости стандартного метода с равномерной сеткой, так как даже самый слабый шум (1 %) привел к критическим ошибкам идентификации. Для двух других методов алгоритм оказался устойчивым и ошибки идентификации не превышали относительной амплитуды заданного шума вплоть до 20 % амплитуды шума.

### Заключение

Представленная технология МНК-оценивания динамических систем с явно выраженными разнотемповыми составляющими позволяет значительно повысить надежность оценивания. Регуляризация информационной матрицы путем накопления выборок независимо по динамикам позволяет добиться лучших показателей эффективности и избежать взаимовлияния выборок. Регуляризация путем фильтрации выборки по неравномерной временной шкале менее эффективна, но не требует внесения изменений в решающее правило МНК-оценивания.

В случае, когда идентифицируемая система не имеет явно выраженных разнотемповых блоков регрессоров, можно прибегнуть к смене базиса на такой, в котором блоки будут явно выраженными [2].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бунич А.Л. Системы управления с регулятором // Материалы конф. «Управление в технических системах». 2010. С. 121–122.
2. Соловьев И.Г., Распопов Р.В. Устойчивое оценивание параметров коллекторов на основе  $\nu$ -ортогонализации // Вестн. кибернетики. 2010. № 9. С. 20–27.
3. Черный А.В. Устойчивость численных решений некоторых задач геофизики // Геофиз. журн. 1981. 3 (4). С. 35–36.

*D.A. Vlasov*

### *TECHNOLOGY OF LSM-EVALUATION FOR DYNAMIC SYSTEMS WITH DIFFERENT RATE DYNAMICS*

*The article considers a question of correctness regarding identification of systems with different rate dynamics. Subject to suggestion and investigation being technology of LSM-evaluation of such systems based on regularization of information matrix of decision rule.*

***Identification, different rate dynamics, LSM (least squares method), regularization, information matrix, conditionality, stability.***