

Моделирование нефтегазовых технологий

А. А. Большаков

Разработка программного комплекса настройки параметров петрофизических уравнений

Поставлена задача об интегрированном оценивании основных петрофизических параметров нефтегазоносных коллекторов. Проведен сравнительный анализ алгоритмов оценивания параметров нелинейных петрофизических уравнений. Сформулированы рекомендации и дан пример реализации программного комплекса интегрированного оценивания параметров основных моделей петрофизики. Приведены результаты численных исследований.

Многомерные связи (петрофизические модели) — один из основных инструментов изучения сложных систем, какими, без исключения, являются все геологические объекты, одно из самых эффективных средств решения прогнозных задач нефтегазовой геологии, т. е. задач косвенной оценки тех или иных характеристик геологических объектов в момент, когда эти характеристики не могут быть непосредственно измерены. К числу таких характеристик относятся фильтрационно-емкостные свойства пласта, вскрытого скважиной.

Несмотря на более чем тридцатилетний период внедрения в геологию математических методов и ЭВМ, современная методология решения геологических задач, в частности изучения и использования многомерных связей, не находит широкого применения среди геологов. Одна из причин такого положения состоит в отсутствии специализированных программных средств настройки параметров многомерных петрофизических моделей.

При обработке и интерпретации данных ГИС с целью оценки фильтрационно-емкостных свойств пород-коллекторов выделяют два подхода:

- 1) поэтапный, при котором оценка свойств осуществляется путем последовательного решения отдельных петрофизических уравнений;
- 2) интегрированный, при котором оценка свойств осуществляется путем совместного решения системы петрофизических уравнений.

В основе обоих подходов лежит использование петрофизических зависимостей — математических выражений, описывающих связи между параметрами исследуемых отложений и зарегистрированными данными каротажа. Математические выражения наряду с измеряемыми и определяемыми параметрами содержат ряд констант — «постоянных» величин, характеризующих объект исследований (литологическая характеристика, характер смачиваемости и др.). Определение констант — основная задача выбора конкретных петрофизических зависимостей для перехода от показаний ГИС к искомым свойствам породы.

Для получения констант, как правило, проводят лабораторное изучение физических свойств на образцах пород (т. е. керновом материале) с последующей статистической обработкой результатов.

Кратко математическую постановку задачи можно представить в следующем виде.

Пусть имеется N наблюдений (X, y) , где X — вектор, а y — вещественное число петрофизических и геофизических признаков. Предположим, что X и y связаны зависимостью

$$y = f(B, X) + \epsilon, \quad (1)$$

где $f(B, X)$ — некоторая функция, зависящая от вектора петрогеофизических признаков X и вектора настраиваемых констант B ; ϵ — независимые случайные ошибки с нулевым математическим ожиданием. Необходимо по наблюдениям (X, y) (эталонным данным) оценить значение неизвестного вектора параметров B . Предположим дополнительно, что компоненты вектора B удовлетворяют ограничениям

$$b^k_{\min} \leq b^k \leq b^k_{\max}. \quad (2)$$

Чем больше априорной информации об исследуемой модели, тем меньше интервалы неопределенности для искомым параметров.

Для любого вектора параметров B по наблюдениям (X, y) можно вычислить величины

$$g(B) = y - f(B, X), \quad (3)$$

которые называются оценками (остатками, невязками) регрессионной модели.

Для нахождения оценки неизвестного вектора параметров обычно рассматривают некоторый функционал

$$Q(B) = Q(\{g(B)\}), \quad (4)$$

зависящий от остатков модели. Этот функционал называют критерием качества модели. В качестве оптимальной оценки неизвестного вектора параметров выбирают вектор из области допустимых значений, который минимизирует критерий качества Q .

Функционал качества вида

$$Q(B) = \sum_{\text{по всем наблюдениям}} g^2(B) \quad (5)$$

соответствует среднеквадратичной регрессии, приводящей к классическим оценкам метода наименьших квадратов. Для линейных зависимостей минимизация функционала сводится к решению системы линейных уравнений, получаемых в результате приравнивания к нулю частных производных функционала по компонентам вектора параметров B :

$$\begin{cases} \dots \\ \frac{\partial Q}{\partial b^k} = 0 \\ \dots \end{cases} \quad (6)$$

В нелинейном случае получаемая система уравнений нелинейна по B , и поэтому непосредственно ее решить нельзя.

В стандартных пакетах статистического регрессионного анализа, как правило, реализован приведенный выше метод наименьших квадратов для линейных функций, и их применение ограничено следующими особенностями:

- 1) как уже было сказано, возможно использование только линейных аппроксимационных моделей или моделей, приводимых к линейным;
- 2) данные кернового материала представлены обычно в очень узком диапазоне изменения свойств, и применение регрессионного анализа без знания структуры модели не позволяет построить адекватные зависимости для экстраполяции, т. е. применения зависимостей для областей со значениями, отсутствующими в экспериментальных данных;
- 3) в случае нелинейных функций оценки метода наименьших квадратов могут вообще не существовать или возникать ложные оценки, отвечающие локальным минимумам; а также, так как экспериментальные данные обычно содержат ошибки, минимизация квадратичных потерь со статистической точки зрения оптимальна в условиях нормального распределения ошибок, в случае же, когда помехи загрязнены, метод наименьших квадратов чувствителен к выбросам, и поэтому должны применяться более надежные методы оценивания;
- 4) при использовании моделей, приведенных к линейным, минимизация невязок приведенной модели, как правило, не приводит к истинной минимизации невязок исходной модели.

Ниже на примере определения коэффициента водонасыщенности рассмотрим традиционный и предлагаемый подходы по выбору конкретных видов петрофизических связей. Обычно используют следующие эмпирические математические модели (Арчи — Дахнова) неглинистых коллекторов в виде одномерных и многомерных связей:

модель параметра пористости

$$P_i = \frac{A}{K_i^n}, \quad (7)$$

вместо которой часто используют следующие линейные:

$$P_i = a + b \cdot K_i, \quad (8)$$

$$\ln P_i = \ln A - n \ln K_i; \quad (9)$$

модель параметра насыщения

$$P_i = \frac{B}{K_i^m}, \quad (10)$$

вместо которой используют

$$P_i = a + b \cdot K_i, \quad (11)$$

$$\ln P_i = \ln B - m \ln K_i; \quad (12)$$

модель сопротивления пласта

$$P_i = \frac{C \cdot p_i}{K_i^n \cdot K_i^m}, \quad (13)$$

вместо которой используют следующие упрощенные модели:

$$P_n = \frac{C \cdot p_w}{(K_n \cdot K_w)^n}, \quad (14)$$

$$\ln P_n = C \ln p_w - n \ln K_n - m \ln K_w, \quad (15)$$

$$\ln P_n = C \ln p_w - k \ln(K_n \cdot K_w), \quad (16)$$

где P_w — сопротивление пластовой воды; P_n — сопротивление пласта; K_n — коэффициент пористости; K_w — коэффициент водонасыщенности; n — коэффициент цементации; m — коэффициент, характеризующий смачиваемость.

Для глинистых коллекторов может использоваться модель Элланского [5, с. 75]:

$$P_n = \frac{C \cdot p_w}{(K_n \cdot K_w)^n} \cdot \frac{1}{1 - \frac{K_{пл} \cdot K_{плн}}{K_n \cdot K_w} \left(1 - \frac{P_w}{P_{сл}}\right)}, \quad (17)$$

где $K_{плн}$ — пористость глин; $P_{сл}$ — сопротивление слоя.

Обычно измерения на керне представлены в узком диапазоне изменения свойств и, как и любые измерения, сопровождаются ошибкой (из [2, с. 40] была взята таблица воспроизводимости петрофизических определений на керне для основных параметров (табл. 1)). В соответствии с этим на теоретической кривой (рис. 1) для модели параметра пористости, построенной по (7) с коэффициентами $A = 0,7$ и $n = 1,7$, были взяты 30 точек в диапазоне изменения K_n от 0,18 до 0,22, на которые в соответствии с табл. 1 наложены случайным образом равномерно распределенные ошибки от 0 до 6,4 % для K_n и от 0 до 16,5 % для P_n .

Таблица 1

Воспроизводимость петрофизических определений на керне

Параметр	Средняя относительная ошибка d, %
K_n	6,4
$K_{пр}$	28,6
$K_{во}$	14,3
$\gamma_{вп}$	14,4
P_n	16,5
P_n	39,6

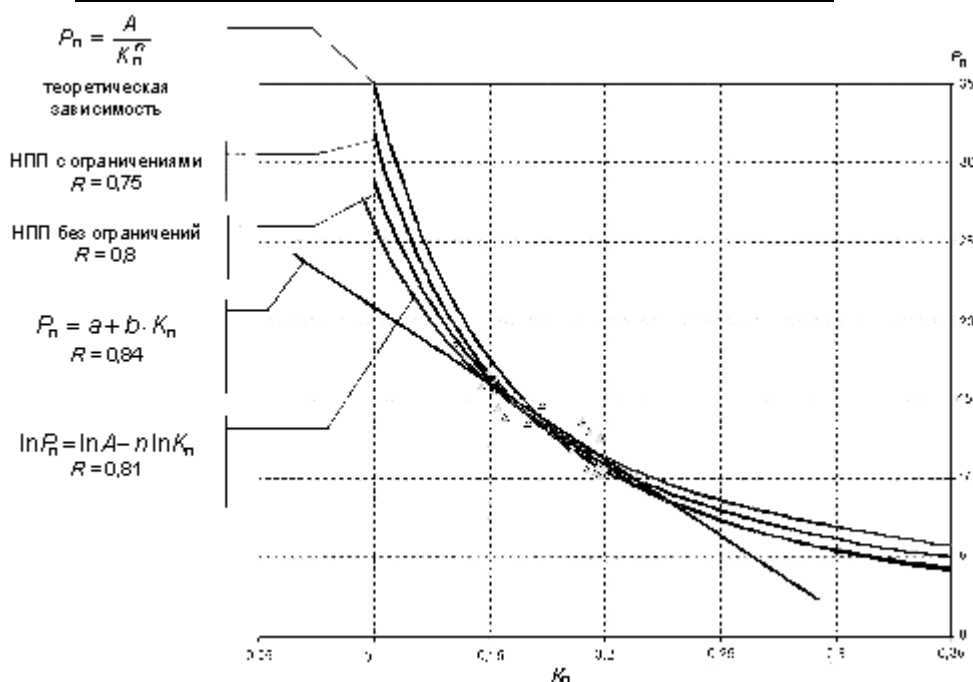


Рис. 1. Сравнение методов на уравнении для параметра пористости

По полученным данным была построена регрессия по уравнениям (8), (9) с использованием стандартного метода наименьших квадратов для линейных функций. С помощью разработанной программы НПП была построена нелинейная регрессия с использованием для оценок также метода наименьших квадратов в одном случае с ограничениями на поиск решения, в другом без ограничений.

Теоретическая линия и линии регрессий показаны на рис. 1.

Анализ полученных зависимостей показывает:

— линейная модель, несмотря на высокий коэффициент корреляции, не может использоваться за областью определения данных;

— сравнение зависимости по уравнению (9) и зависимости, полученной по НПП без ограничений, демонстрирует ошибку, возникающую только за счет приведения исходной модели к линейному виду. В некоторых случаях (небольшая область исходных данных, осложненная помехами) такая ошибка может быть существенна;

— зависимость, полученная по НПП с ограничениями, иллюстрирует случай, при котором, если исследователь имеет априорные данные об области поиска решения, можно добиться лучшей петрофизической связи даже при худших статистических оценках.

На рис. 2 приведены результаты традиционного и с помощью программы НПП подходов к решению задачи построения многопараметрических петрофизических связей. В данном случае была взята двухпараметрическая связь $R_n = f(K_n, K_B)$ (13). В качестве экспериментальных данных были взяты значения K_n в диапазоне от 0,18 до 0,22, на которые были наложены случайные равномерно распределенные ошибки от 0 до 6,4 % в соответствии с табл. 1. На основе этих данных были построены следующие связи (табл. 2).

Таблица 2

Вид связи	Метод решения
$R_n = A_1 * K_n + A_2 * K_B + A_3$	Множественная линейная регрессия
$\ln(r_n) = C - n * \ln(K_n) - m * \ln(K_B)$	Множественная линейная регрессия приведенной модели
$\ln(r_n) = C - k * \ln(K_n * K_B)$	Линейная регрессия при $n = m$
$r_n = C * r_B / (K_n^n * K_B^m)$	С использованием НПП

На рис. 2 графически представлены результаты построения нелинейных связей. По оси x отложено значение теоретического R_n , по оси y — значение, полученное по моделям. Здесь видны те же результаты, что и при построении связи для параметра пористости:

— результат множественной линейной регрессии является удовлетворительным только в диапазоне использованных данных и имеет неплохой коэффициент корреляции, при других же значениях явно расходится.

— применение упрощенной модели и модели, приведенной к линейной, дает результат, который может использоваться, но, как видно, тоже с ошибкой;

— зависимость, полученная по НПП без задания ограничений, дает хороший результат, при наличии же априорных данных об области изменения параметров применение модели дает просто отличный результат.

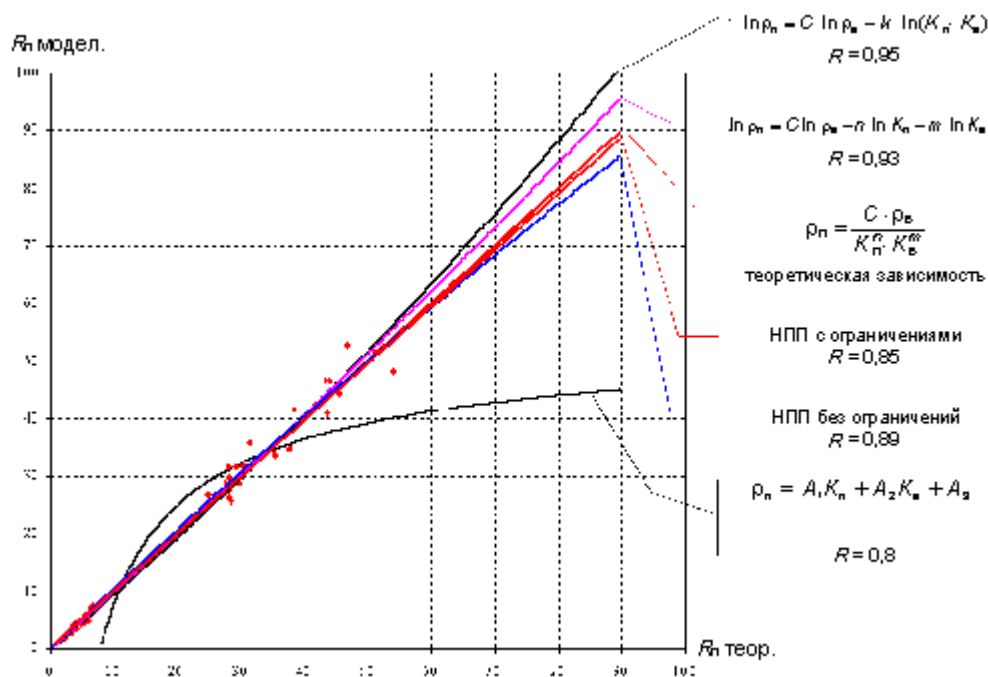


Рис. 2. Сравнение методов на уравнении для сопротивления пласта

Анализ данных, приведенных на рис. 1 и 2, показывает, что применение стандартных методов, в том числе приведение модели к линейному виду, для получения даже простых петрофизических зависимостей, какими являются зависимости (7) и (13), не всегда приводит к результатам, позволяющим в дальнейшем использовать полученные зависимости без больших погрешностей.

Для устранения этих недостатков был разработан программный комплекс НПП, осуществляющий подбор параметров уравнений методами нелинейной статистической оптимизации. Так как математическая теория нелинейной статистической оптимизации проработана очень хорошо и имеется большое количество работ, посвященных данной теме, то при разработке программы были использованы имеющиеся результаты и выводы в этой области.

Требованиями, предъявляемыми к программному комплексу при разработке, были следующие:

- возможность задания модели в удобном символьном виде;
- использование для оценивания не только метода наименьших квадратов, но и методов, менее чувствительных к выбросам ошибок;
- минимизация невязок непосредственно исходной модели, без приведения ее к какому-либо виду;
- возможность анализа остатков, позволяющая выявить достоверность применяемой аппроксимирующей модели и метода оценивания;
- при наличии априорной информации об исследуемой модели возможность задания диапазона варьирования параметров при поиске оптимума.

На рис. 3 приведена функциональная структура программного комплекса НПП.

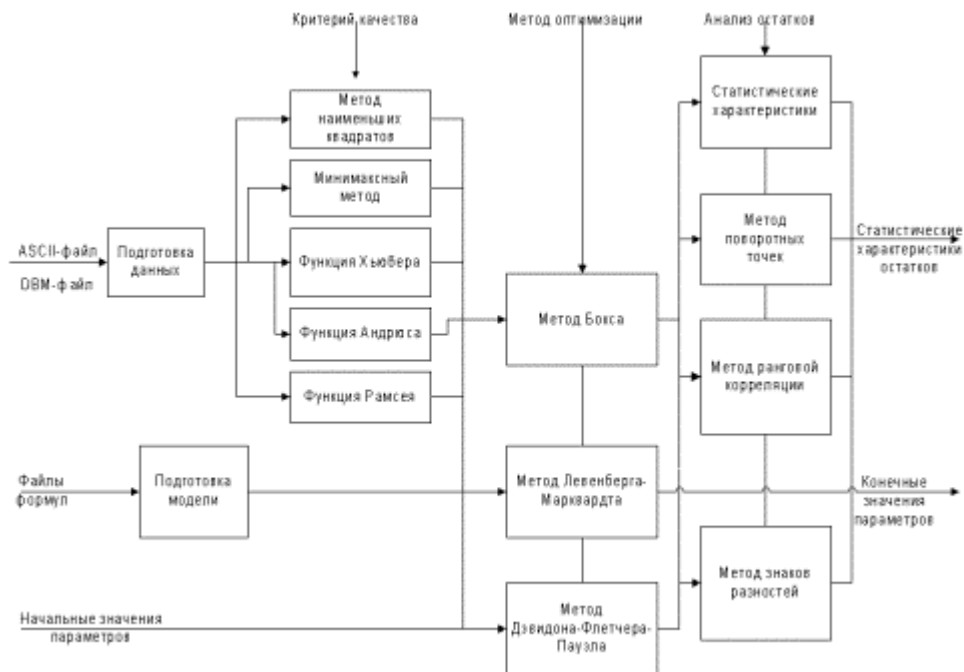


Рис. 3. Функциональная структура программы

Для работы программы необходимо подготовить данные в текстовом файле. Вид уравнения задается в удобном символьном виде, при этом могут использоваться созданные ранее файлы с набором формул, в одном файле может содержаться любое количество формул, с формулами сохраняются также начальные значения и диапазон изменения подбираемых параметров. В программе реализовано три метода нелинейной статистической оптимизации — метод Левенберга — Марквардта, метод Дэвидона — Флетчера — Пауэла, метод Бокса. Выбор нескольких методов обусловлен тем, что нет универсального метода нелинейной оптимизации, и в каждом конкретном случае должны использоваться результаты метода, дающего наилучшее решение. Каждый из методов характеризуется некоторыми параметрами, например условиями прекращения итерационного процесса, которые задаются при выборе для расчета конкретного метода.

Для получения оценок (невязок регрессионной модели) кроме метода наименьших квадратов предложено еще несколько методов, менее чувствительных к выбросам ошибок, таких как функция Хьюбера, Андруса, Рамсея (все они обладают одной характерной особенностью, вблизи оценки равной нулю они эквивалентны квадратичной функции, далее скорость роста падает и в пределе равна нулю). В случае успешного окончания поиска решения сообщается величина корреляционного отношения и средней относительной ошибки, для анализа полученных остатков предлагается выбрать три метода — метод ранговой корреляции, метод знаков разностей и метод поворотных точек, каждый из них позволяет дать заключение о независимости остатков, которое, в свою очередь, говорит о достоверности применяемой модели и метода оценивания.

На рис. 4–6 приведены результаты работы комплекса на керновом материале пластов БС-9 группы скважин Сугмутского месторождения.

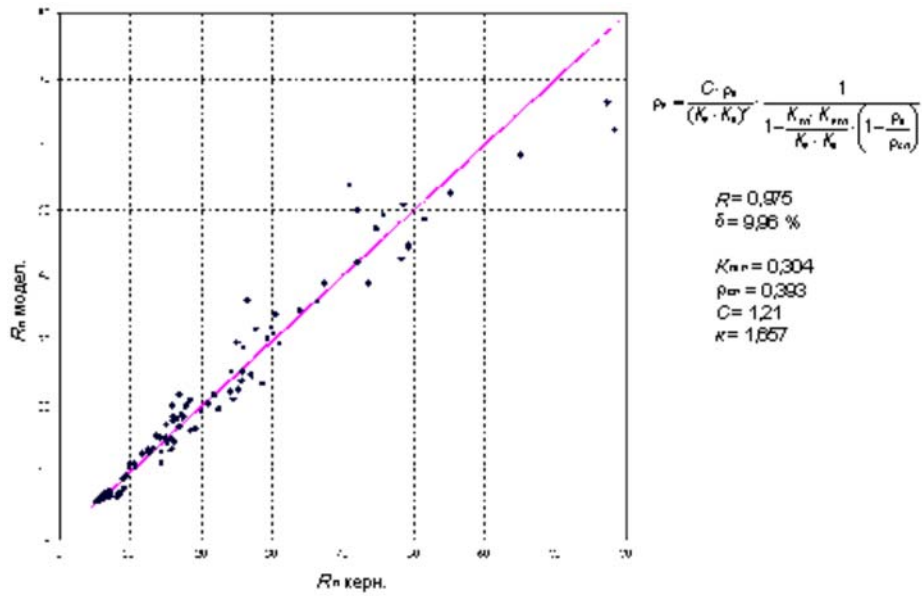


Рис. 4. Настройка параметров уравнения для сопротивления пласта

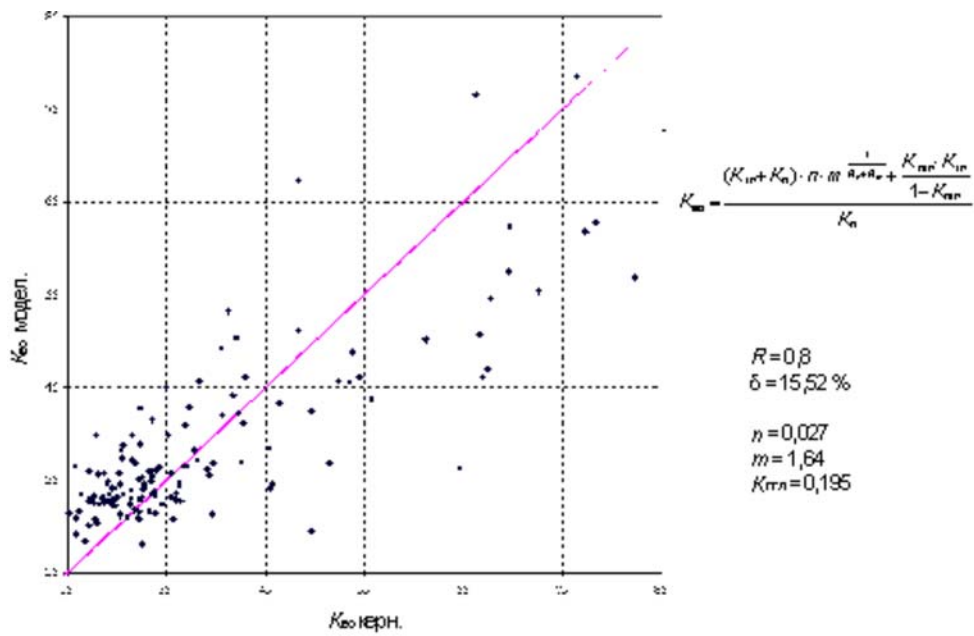


Рис. 5. Настройка параметров уравнения для коэффициента остаточной водонасыщенности

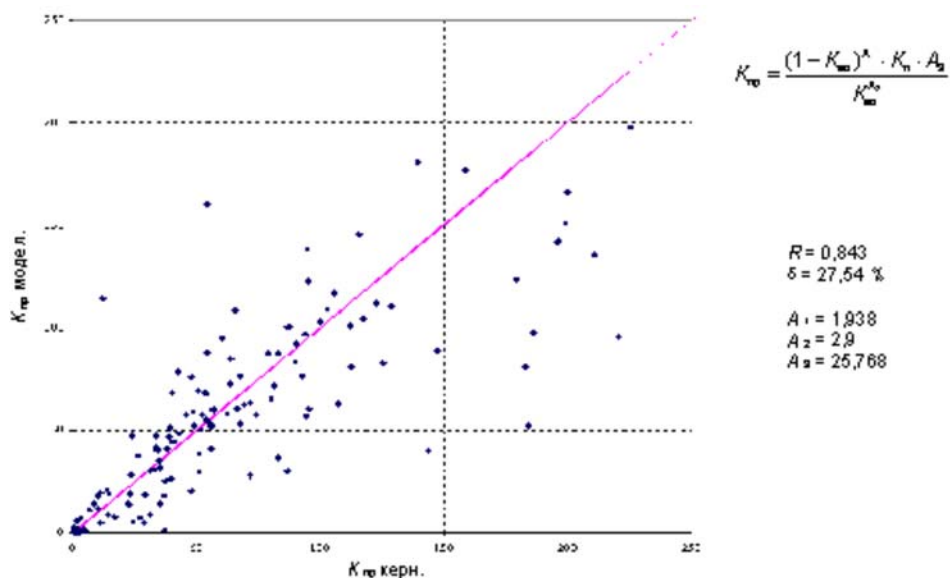


Рис. 6. Настройка параметров уравнения для абсолютной проницаемости

На рис. 4 приведены результаты настройки коэффициентов по (17) (уравнение Элланского). Нетрудно заметить, что оно никоим образом не может быть приведено к линейному виду для использования традиционных методов построения связей. Регрессионные оценки — коэффициент корреляции, средняя относительная погрешность согласуются со средней относительной погрешностью табл. 1 и допустимым коэффициентом корреляции — более 0,7.

Аналогичные результаты получены и по уравнениям для определения остаточной водонасыщенности (урав. (18), рис. 5) и абсолютной проницаемости (урав. (19), рис. 6).

$$K_{во} = \frac{(K_{ин} + K_1) \cdot n \cdot m \cdot \frac{1}{K_1 + K_2} + \frac{a \cdot K_{ин}}{1 - a}}{K_1} \quad (18)$$

$$K_{пр} = \frac{(1 - K_{во})^a \cdot K_1 \cdot a}{K_{во}^m} \quad (19)$$

Анализ проведенной работы показывает, что применение программного комплекса НПП для настройки параметров петрофизических моделей обладает следующими преимуществами:

- использование для подбора параметров исходной аппроксимационной модели без приведения ее к какому-либо упрощенному виду, позволяющее избежать возникающих при этом ошибок;
- большинство петрофизических зависимостей являются эмпирическими, т. е. полученными в результате статистического анализа данных каких-то месторождений, отложений, коллекторов и т. п., и в каждом конкретном случае должна применяться модель, наилучшим образом отвечающая экспериментальным данным; в соответствии с этим программа НПП представляет удобный инструментарий для исследователя благодаря простому выбору моделей из заранее подготовленной библиотеки, настройки их параметров с последующим сравнением полученных результатов;
- использование программного комплекса позволит повысить точность определения фильтрационно-емкостных параметров пластов, что в дальнейшем очень важно при подсчете запасов, построении геологических моделей и т. п.

Литература

1. Автоматизированное определение коллекторских свойств нефтегазонасыщенности по данным каротажа (петрофизические модели и методы). Обзор ВИЭМС. Мингео СССР. М., 1988.
2. Дахнов В. Н. Геофизические методы определения коллекторских свойств и нефтегазонасыщения горных пород. М.: Недра, 1985.
3. Интерпретационные модели для определения водонасыщенности песчано-глинистых пород по данным ГИС (на примере Западной Сибири). Обзор ВИЭМС. Мингео СССР. М., 1988.
4. Латышова М. Г., Дьяконова Т. Ф., Цирульников В. П. Достоверность геофизической и геологической информации при подсчете запасов нефти и газа. М.: Недра, 1986.
5. Методические рекомендации по определению подсчетных параметров залежей нефти и газа по материалам геофизических исследований

скважин с привлечением результатов анализа керна, опробований и испытаний продуктивных пластов. Калинин, 1990.

6. *Элланский М. М., Еникеев Б. Н.* Использование многомерных связей в нефтегазовой геологии. М.: Недра, 1991.